VOLUMEN 7 | NÚMERO 1

WWW.GKACADEMICS.COM

REVISTA INTERNACIONAL DE APRENDIZAJE EN CIENCIA, MATEMÁTICAS Y TECNOLOGÍA

REVISTA INTERNACIONAL DE APRENDIZAJE EN CIENCIA, MATEMÁTICAS Y TECNOLOGÍA

VOLUMEN 7, NÚMERO 1, 2020

REVISTA INTERNACIONAL DE APRENDIZAJE EN CIENCIA, MATEMÁTICAS Y TECNOLOGÍA
http://sobrelaeducacion.com/revistas/coleccion/

Publicado en 2020 en Madrid, España por
Global Knowledge Academics
www.gkacademics.com

ISSN: 2386-7582

La REVISTA INTERNACIONAL DE APRENDIZAJE EN CIENCIA, MATEMÁTICAS Y TECNOLOGÍA es revisada por expertos y respaldada por un proceso de publicación basado en el rigor y en criterios de calidad académica, asegurando así que solo los trabajos intelectuales significativos sean publicados.

REVISTA INTERNACIONAL DE APRENDIZAJE EN CIENCIA, MATEMÁTICAS Y TECNOLOGÍA

Índice

Revista Internacional de Aprendizaje en Ciencia, Matemáticas y Tecnología
Volumen 7, Número 1, 2020 https://journals.eagora.org/revVISUAL, ISSN 2386-8791

Table of Contents

Revista Internacional de Aprendizaje en Ciencia, Matemáticas y Tecnología
Volumen 7, Número 1, 2020 https://journals.eagora.org/revVISUAL, ISSN 2386-8791

Revista Internacional de Aprendizaje en Ciencia, Matemáticas y Tecnología, 7(1), 2020, ISSN 2386-8791
© Global Knowledge Academics, el autor. DOI 10.37467/gka-revedumat.v7.2212

EXPERIENCIA DE METODOLOGÍA CBL EN ROBÓTICA EDUCATIVA UNIVERSITARIA

Experience of CBL Methodology in University Educational Robotics

LUIS MIGUEL MUÑOZ MORGADO
Universitat Politècnica de Catalunya, España

KEY WORDS

STEM
CBL
Educational robotics
Challenges
Multidisciplinarity

ABSTRACT

Given the diversity of scientific disciplines that encompasses robotics of university degree, its teaching entails a particular effort for teachers and students. This can cause deficiencies in the acquisition of the fundamentals that can lead to a disassociation between theory and practice. The involvement of the student in the development of a practical application where the fundamentals are a necessary tool allows being a motivating instrument. For this purpose, in this paper is introduced the methodology based on challenges, analysing the impact on the results as well as the acceptance and perception received by the students. The results of the study show an improvement in the deep involvement of students, both in theoretical concepts, as in their practical application, as well as greater motivation to focus the subject and keep attendance until the end.

PALABRAS CLAVE

STEM
CBL
Robótica educativa
Retos
Multidisciplinariedad

RESUMEN

La diversidad de disciplinas que engloba la robótica en el ámbito universitario conlleva un esfuerzo particular para profesores y alumnos. Esto puede provocar deficiencias en la adquisición de los fundamentos y una desvinculación entre parte teórica y práctica. Se busca la implicación del alumno en el desarrollo de una aplicación práctica donde los fundamentos sean una herramienta necesaria. En este trabajo se introduce la metodología basada en retos asociada a la Robotica universitaria, analizando el impacto sobre los resultados, así como la aceptación y la percepción recibida por los estudiantes. Los resultados del estudio nos muestra una mejora en la implicación profunda del alumnado, tanto en los conceptos teóricos, como en su aplicación práctica, así como una mayor motivación para enfocar la asignatura y mantener la asistencia hasta el final.

Recibido: 19/06/2019
Aceptado: 19/09/2019

GLOBAL KNOWLEDGE ACADEMICS

1. Introducción

La robótica es una disciplina de la técnica, considerada como una ciencia particular, que engloba aspectos provenientes de diferentes disciplinas. Con un fuerte desarrollo en los últimos años, así como una elevada y creciente demanda en los diferentes sectores de la industria y del ámbito social, hace que la demanda de personal cualificado crezca en igual medida.

La formación y educación en robótica ha ido incorporándose en diferentes estudios, tanto preuniversitarios como universitarios, y es omnipresente en carreras tecnológicas, particularmente en ingenierías del ámbito industrial. No obstante, los beneficios de la educación en robótica van más allá de la adquisición de los conocimientos afines a las demandas del mercado. Esto es debido a que la educación en robótica requiere un aprendizaje multidisciplinar (matemáticas, física, informática, electrónica, mecánica, …), demanda un fuerte trabajo en equipo, la solución de problemas complejos, la creatividad, así como la interacción con el entorno y con las personas (Moreno et al., 2012; Monsalves, 2011).

Otra característica que de la educación en robótica es que se adapta perfectamente a las nuevas metodologías de enseñanza, especialmente las que tratan de un aprendizaje activo y colaborativo. Así, algunos de los métodos más empleados de forma efectiva son (Nurbekova et al., 2018): el trabajo en equipo, el trabajo colaborativo, el aprendizaje basado en proyectos o problemas, los métodos construccionistas, los basados en juegos, el diseño de aprendizaje o el aprendizaje creativo.

Un método de aprendizaje activo, que se observa muy eficaz en las enseñanzas tecnológicas, es el aprendizaje basado en retos o CBL (Challenge Based Learning). Aplicado con éxito en el aprendizaje para el desarrollo de software (Binder et al., 2017; Moresi et al., 2017), la educación en ciberseguridad (Cheung et al., 2011), en ingeniería biomédica (Giorgio & Brophy, 2001) o ingeniería aeronáutica (O'Mahony et al., 2012). La enseñanza universitaria en robótica es por tanto un perfecto candidato para la aplicación de la metodología CBL.

Este trabajo se centra en la asignatura obligatoria de robótica cursada en el último curso de la carrera de Ingeniería en Automática industrial y Electrónica perteneciente a la *Universitat Politècnica de Catalunya* (España). En esta asignatura los alumnos ponen en práctica la mayoría de conceptos teórico-prácticos adquiridos en las asignaturas a lo largo de la carrera (informática, electrónica, automática, matemáticas, física, mecánica, instrumentación…), con lo que es un ejemplo de integrador de la educación en STEM (Science Technology, Engineering and Mathematics).

La asignatura ofrece una perspectiva de la actualidad de la robótica y profundiza en aspectos tanto teóricos del modelado de los robots como de aspectos prácticos de programación (Sánchez y Guzmán, 2012). Por su característica multidisciplinar los alumnos presentan dificultades en adquirir los conceptos teóricos de la asignatura. A lo largo del curso decrece la asistencia a las clases teóricas hasta el 50%. Es un problema porque, aunque el número de aprobados es alto, la nota media es baja (la parte de laboratorio les ayuda a aprobar). Los alumnos aprenden a "hacer", pero el hecho de no adquirir de forma consolidada los fundamentos teóricos les impide poder resolver problemas más complejos o diferentes a los que se resuelven a modo de "receta". Los alumnos restan importancia a los conceptos teóricos que aprecian como lejanos de las aplicaciones reales y pierden cierto interés en esta parte. Todo ello conlleva una pérdida de la visión global del conocimiento.

Los indicios del problema se observan en una nota global baja y ausencia progresiva a las clases teóricas. Solo saben resolver ejercicios similares en formato receta. No saben extrapolar el conocimiento hacia conocimiento significativo.

Puede hacerse algo en esta situación estimulando la búsqueda de soluciones nuevas puede provocar que el alumno tenga una inmersión más profunda en la materia de la asignatura. Introduciendo metodologías de aprendizaje activo permitirá que el conocimiento adquirido sea más sólido.

Puede esperarse un cambio con esto, en general la introducción de metodologías de aprendizaje activo y colaborativo está demostrado que genera cambios positivos en el aprendizaje en comparación con una enseñanza tradicional basada en clases magistrales.

El cambio se produce tanto dentro de los profesores como fuera. El profesorado debe enfocar activamente el desarrollo de la asignatura a esta metodología, introduciendo los ajustes necesarios en el calendario, la evaluación, el desarrollo de las clases presenciales y el laboratorio. El alumnado también experimenta una nueva forma de aprendizaje, tanto en aspectos pedagógicos como el aprendizaje colaborativo y significativo, como en aspectos didácticos (*brainstorming*, rompecabezas, roles…). Así mismo la escuela en su conjunto puede recibir un impacto indirecto sobre la actividad de la asignatura, que tal vez pueda extenderse a otras.

El motivo de escoger este problema reside en que los fundamentos teóricos de la asignatura en cuestión son especialmente fundamentales para aquellos alumnos que desean continuar su formación (Master). Si se solucionase el problema la nota media de la asignatura subiría, se mantendría la asistencia del alumnado y aumentaría su motivación para continuar el Master u otros cursos de especialización.

2. Diagnóstico inicial

Las evidencias que marcan el punto de partida son: la nota teórica en relación a la práctica en los cursos anteriores, y la asistencia (en este caso solo una estimación orientativa, ya que solo se tiene constancia de algunos informes de asistencia a laboratorio y de algunas actividades en las clases de teoría).

En la Tabla 1 se recoge un resumen de estos resultados obtenidos de los cinco últimos cursos. Con respecto a la nota media de la asignatura, puede observarse que la parte de teoría (T) se mantiene en un valor bajo en relación a la nota de laboratorio (L), y además se mantiene en un valor constante. La nota de teoría es la que hace bajar la media total. La asistencia durante la primera mitad (1P) se ha mantenido en valores por encima del 85%. Al ir descendiendo a lo largo del curso, la asistencia promedio después del primer parcial (2P) hasta al final, desciende por debajo del 60%.

Tabla 1. Evolución de la nota y la asistencia (%)

Año	**2014**	**2015**	**2016**	**2017**	**2018**
(T/L)	62/80	51/81	52/82	48/80	47/80
(1P/2P)	90/60	85/60	85/55	90/50	85/50

3. Objetivos

Los objetivos a alcanzar con la intervención son: Adquirir conocimiento significativo (que no quede en un “aprendizaje superficial”). El desarrollo de un proyecto elaborado, en donde se tienen que emplear los conocimientos teóricos, motivará a los alumnos a que los conocimientos estén consolidados, con lo que van a tener la necesidad de aprender de forma significativa, y no simplemente aplicar procedimientos prestablecidos. Esto será reflejado en el documento que desarrollen, y deberá repercutir en la nota de la parte teórica de la asignatura.

Aumentar su motivación en su estudio. Se les hará pequeñas encuestas sobre el grado de satisfacción y motivación a lo largo del curso, con el fin de ver la progresión de la intervención que se está realizando.

Mantener una asistencia a clase durante todo el curso. Esta va a ser medida en todas las sesiones a lo largo del curso.

Conseguir que los alumnos sean activos por si mismos en la asignatura. Las actividades estarán enfocadas al aprendizaje activo. El seguimiento en las actividades y clases presenciales, así como las encuestas de satisfacción y motivación, deberán permitir verificar que el aprendizaje sea activo como se espera, y revisar lo necesario en caso contrario.

Mantener el interés en otras asignaturas optativas relacionadas. Existe una asignatura de características similares en el grado (Sistemas de Producción Integrados) en donde también se podría aplicar la metodología de forma similar. Se hará referencia a los contenidos de otras asignaturas, haciendo hincapié en las asignaturas de Master que tienen continuación con esta asignatura.

4. Propuesta

La propuesta está basada en la metodología de aprendizaje basada en retos o CBL (Challenge Based Learning), (Johnson et al., 2009). En esta metodología se insta a los estudiantes que resuelvan un problema partiendo de una idea inicial, el cual se establece un reto, y siguiendo un proceso bien estructurado, hasta acabar en la solución, su implementación (si es viable), y la correspondiente evaluación. Esta metodología fue introducida por Apple para sus empleados, y comparte ciertas características con las metodologías basadas en proyectos y problemas (Apple, 2011).

Es una colaboración educativa que promueve la profundización en los contenidos que se estudian, identificando y resolviendo retos en un entorno cercano, y compartiendo los resultados con la comunidad. Este método ha sido empleado con éxito en universidades tecnológicas como el Tecnológico de Monterrey (EduTrends, 2015), y es una referencia en algunos simposios sobre enseñanza (Johnson et al., 2009). Comparte aspectos relacionados con el aprendizaje basado en problemas (Chapman, 1996) y es susceptible de ser utilizado conjuntamente con otras técnicas de aprendizaje (Klinger et al., 2000).

La idea

En la idea inicial, se pretende resolver un problema en donde los estudiantes, la escuela, la universidad, la comunidad, o el entorno cercano, se vean beneficiados de alguna manera. Esta idea suele estar relacionada con aspectos sociales, educativos, medioambientales, o de salud, entre otros. Dado que la asignatura a la que va destinada está centrada en la robótica, se plantea un reto con el objetivo de acercar la robótica tanto al entorno de los estudiantes, como a los visitantes de distintas edades que se acerquen a la escuela. En futuras ediciones puede plantearse la idea de una competición de robots.

El reto

En esta primera edición, la idea que se aborda está orientada a aspectos educativos, y tiene un alcance dentro de la universidad. Se les propone a los alumnos que reflexionen sobre la presencia de un robot, que sea capaz de comunicarse o interactuar/jugar con los estudiantes o visitantes de la escuela. Este robot debe servir de escaparate a los estudios que se hacen en la escuela, así como servir como plataforma de estudio o investigación. Debe contemplar un aspecto social, el cual deba permitir interactuar de forma segura con personas de distintas procedencias y edades. Así mismo, debe de poder permitir mostrar su funcionamiento y la ciencia que hay detrás de él. Adicionalmente se utilizan herramientas de simulación y virtualización de robots que apoyan a la comprensión del funcionamiento de la aplicación. Este es el planteamiento inicial que se presenta al inicio del curso y que le da forma al reto.

Formación de grupos

Se forman diferentes grupos de trabajo e investigación, de entre 3 y 5 alumnos. Los grupos son heterogéneos, para ello previamente se recogen las fortalezas y debilidades de cada alumno al principio de curso, y el profesor propone agrupaciones. Se insta a que hagan una reflexión e investigación inicial sobre las ideas iniciales planteadas durante la definición del reto, para que cada grupo pueda establecer diferentes propuestas.

Preguntas guía

Durante el proceso en que los grupos de trabajo investigan sobre sus propuestas, se deben de establecer una serie de preguntas que sirvan de guía y puedan responder a los requisitos planteados en el reto. El profesor plantea algunas de ellas y los estudiantes añaden o modificarán lo que convenga:

1. ¿Dónde deberá estar el robot?
2. ¿Debe ser físico, virtual, las dos cosas?
3. ¿Debe ser articulado o móvil?
4. ¿Cómo debe ser la interface persona-robot?
5. ¿De qué recursos se disponen?

Actividades guía

Planteadas las preguntas guía se deben de asociar a dichas preguntas las actividades correspondientes que permitan dar respuesta a las preguntas. Esta fase requiere que en la asignatura se hayan mostrado ciertos fundamentos, con lo que la introducción de la asignatura, y las primeras actividades de laboratorio, resuelvan aspectos estrechamente relacionados con las preguntas guía. Para ello las clases magistrales se vienen complementadas con metodologías basadas en debates, puzles entre otras.

Recursos guía

Aprovechando la plataforma del campus virtual de la universidad, se facilita documentación, herramientas de software, enlaces web y material audiovisual.

Solución

En este punto, cada grupo presenta en clase brevemente su o sus propuestas las cuales son defendidas. En ese momento se determina la solución definitiva que se lleva cabo. Un aspecto que se debe plantear es, si se trata de una solución única que debe resolverse a lo largo del curso entre todos los grupos, o si bien, cada grupo debe implementar la suya propia.

Implementación

Una vez bien definida la solución escogida, el resto del curso se utiliza para su implementación. Primeramente, se establece una planificación temporal y un repartimiento del trabajo entre los distintos miembros del grupo y entre los distintos grupos (en el caso de un proyecto común). El reparto de trabajo viene dado en función del rol de cada miembro (líder, investigador, programador, instalador). Es decir, el líder coordina y actúa de comodín, el investigador realiza búsqueda bibliográfica y de documentación, el programador ejecuta tareas de software y el instalador tareas de hardware. Se dedican unos minutos del tiempo de clase y laboratorio a lo largo del resto del curso para el planteamiento y resolución de dudas.

Seguimiento

Para incentivar al alumnado a la asistencia e implicación en el trabajo tienen que considerar que:
El profesor proporciona material adicional y explicaciones a cada grupo particular que son claves para el desarrollo del trabajo. Se propone que un día antes de cada sesión los alumnos listen sus dudas de tal modo que si los integrantes de otro grupo las resuelven se vean compensados en la nota. En cualquier caso, es una motivación adicional para asistir a clase ya que los primeros minutos se dedican a resolver estas dudas. La parte práctica solo la pueden desarrollar en el laboratorio debido a los materiales disponibles, si bien las partes de software y virtual pueden continuarla fuera de clase. Se realiza control de asistencia. El profesor observa el avance de cada grupo en cada una de las partes de trabajo.

Publicación

Tras la finalización, se insta a los grupos de trabajo que publiquen un video y/o reporte sobre su trabajo realizado.

Presentación

El último día de clase cada grupo hace una presentación en clase sobre su trabajo y, si procede, una presentación a la comunidad de la escuela del resultado final.

Evaluación

El peso del reto respecto a la evaluación global de la asignatura se encuentra entorno al 30% del total. Se debe evaluar cada punto (propuestas, solución, implementación, publicaciones y presentación).

Actualmente se utilizan clases expositivas, problemas en grupo y presentación de un tema en grupo. La metodología propuesta utiliza un desarrollo similar de la actividad en el aula, pero reestructurada para adaptarla al aprendizaje basado en retos. Para reforzar la metodología a llevar acabo se complementarán las clases magistrales con debates, puzles y clase invertida.

Las habilidades y conocimientos que necesitan los estudiantes para poder alcanzar los objetivos en general son los mismos que se les exigen para el desarrollo de la asignatura como se hacía hasta la fecha. Por otro lado, se ha venido observando que deberían tener conocimientos básicos físico-matemáticos (operaciones con matrices, cinemática y dinámica básica.) pero presentan dificultades la mayoría. Hasta ahora el profesor debe repasar algunos conceptos básicos. Se propone una actividad cooperativa para que los alumnos se ayuden entre sí (resolución de problemas en clase por parejas), interviniendo el profesor en caso necesario.

4.1. Análisis de la propuesta

La propuesta cumple los 7 principios de calidad de Chickering & Gamson, (Chickering & Gamson, 1987):

P1: Estimular el contacto profesores-alumnos

Lo cumple ya que se establece un seguimiento en las clases de teoría y laboratorio, con lo que la comunicación profesor-alumno aumenta.

P2: Estimular la cooperación entre alumnos

Lo cumple, han de trabajar en grupo para el desarrollo de los retos, así como en las actividades cooperativas y participativas propuestas en clase.

P3: Estimular el aprendizaje activo

Lo cumple, gracias a la búsqueda de soluciones y al trabajo práctico en grupo y en las clases presenciales.

P4: Proporcionar realimentación (feedback) a tiempo

Lo cumple, se realiza seguimiento a lo largo de todo el curso en todas las etapas, por lo tanto, el feedback es continuo.

P5: Dedicar tiempo a las tareas más relevantes

Lo cumple, el tiempo invertido es para adquirir conocimiento para solucionar un problema real (o cercano a ser real), incluso aunque este conocimiento sean fundamentos teóricos de obtención de modelos matemáticos, los alumnos verán el vínculo entre la teoría y la solución práctica.

P6: Comunicar expectativas elevadas a los alumnos

Lo cumple, los alumnos tienen libertad para ir más o menos lejos en la solución adoptada. El profesor les guiará sobre el grado de complejidad de sus propuestas. Por otro lado, dentro del grupo cada alumno puede dedicarse a aspectos más afines a sus intereses i/o habilidades.

P7: Respetar los diferentes talentos y formas de aprendizaje

Lo cumple, durante la formación de grupos se insta a los alumnos a que formen grupos con habilidades complementarias para que de esta forma queden compensados y se puedan ayudar entre ellos.

Por otro lado, también es una intervención sostenible, es decir, si se acaba la financiación del proyecto, al profesor le cambian de asignatura, entran nuevos profesores, cambia el director de la escuela/departamento, es solo un cambio de planteamiento de la asignatura. Los contenidos de la misma y los recursos de la escuela son los mismos.

También es transferible. Dentro de las asignaturas de tipo tecnológico, que generalmente están también asociadas a actividades prácticas o de laboratorio puede extenderse la misma metodología. Para llevarse a cabo tan solo se necesita la voluntad e implicación para hacerlo. En cualquier caso, debe presentarse de forma atractiva para los alumnos y sin que esto conlleve una carga extra de trabajo.

Las evidencias que pueden generarse para mostrar lo que está ocurriendo, serán la nota de la parte teórica, asistencia a clase, encuestas de valoración de la asignatura y resultados del reto.

Los indicadores de éxito serán a través de las mejoras observadas en estos ítems, nota de la parte teórica, asistencia a clase, encuestas de valoración de la asignatura.

Para poder demostrar que la intervención es la que está provocando el cambio puede hacerse por comparación con los resultados de años anteriores. Otra alternativa es definir la actividad como algo voluntario, a escoger por el alumno, de esta manera se podría obtener un resultado comparativo dentro del mismo curso.

Para refrendar lo que se dice algunas encuestas pueden hacerse vía el campus virtual de la asignatura, quedando constancia de quien ha realizado la actividad.

4.2. Estrategias pedagógicas y didácticas

Las estrategias pedagógicas sobre las que se sustentará este trabajo contemplan:

El aprendizaje colaborativo. Que permitirá compensar las debilidades de algunos alumnos al trabajar en equipo. Gracias a la formación de equipos, la distribución de roles, responsabilidades y actividades, y la ayuda dentro del equipo.

Los agrupamientos flexibles. Que juntamente con el aprendizaje colaborativo, permitirá mayor grado de individualización de la enseñanza y aprendizaje, agrupándolos según niveles, contenidos y objetivos.

El aprendizaje significativo. Que permitirá relacionar nueva información con los conocimientos previos, interrelacionando lo aprendido en las distintas asignaturas afines y conectándolo con casos reales.

En cuanto a las estrategias didácticas, se utilizan y proponen:

El juego de roles. Se reparten tareas en el grupo de forma semanal según los roles que van tomando cada uno de sus miembros (líder, programador, instalador o investigador).

El *brainstorming*. Que permitirá a los grupos en las etapas iniciales realizar propuestas y soluciones diversas al problema que deben abarcar.

El rompecabezas. Periódicamente, un alumno de cada grupo se reúne en clase junto con otros de otros grupos, para analizar plantear algún problema y que éste pueda ser solucionado desde distintos puntos de vista.

El debate. Durante las clases de teoria, y que junto con los rompecabezas, se plantearán diversos problemas que surjan y que serán comentados entre todos.

El ensayo. Durante la fase de elaboración de la documentación se les propone documentar su trabajo siguiendo un formato de artículo científico (tipo IEEE).

La Oratoria. Cada grupo expondrá, en una presentación oral, al final su trabajo y las soluciones aportadas.

4.3. Acciones de futuro

La asignatura sobre la que se actúa pertenece al cuatrimestre de primavera, se programa la actividad hasta su comienzo en febrero, desarrollándola hasta finalizar el curso, evaluándola entonces y, si el resultado es favorable volver a plantearla en próximas ediciones readaptando los cambios que correspondan para seguir con la mejora continua.

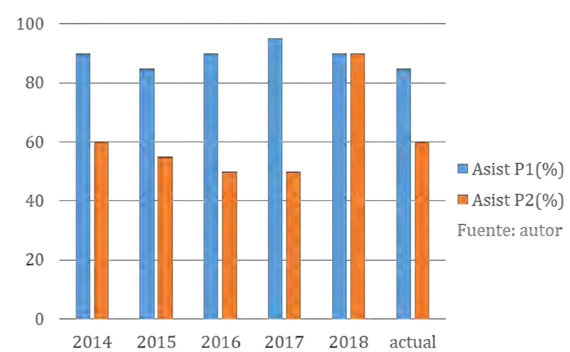
Se recogen y analizan las evidencias, debe evaluarse el impacto sobre la carga de trabajo. Gracias a la comunicación continua profesor-alumno puede obtenerse el feedback oportuno y las plantillas que queden en atenea que permiten trazabilidad. Se preverán también encuestas para obtener de primera mano la opinión y valoración de los alumnos respecto a la actividad (ver Anexo). A partir de los resultados y de los inconvenientes o problemas surgidos se podrá reajustar la metodología para próximas ediciones.

En la próxima edición del curso se cambiará el tipo de reto a realizar. Otra de las propuestas planteadas sería un torneo o concurso de robots.

5. Resultados

A continuación, se describen los resultados obtenidos de las encuestas, asistencia y evaluación de la asignatura. En cuanto a la asistencia, como se muestra en la Figura 1, puede observarse la evolución de la asistencia, en tanto por ciento del total de alumnos, a lo largo de los últimos cursos, y para las dos partes de la asignatura (hasta el primer parcial y después del primer parcial hasta el final). La asistencia a las clases presenciales se ha mantenido durante la primera parte tal y como ha ido sucediendo en todos los cursos anteriores. Lo que se observa es que esta también se ha mantenido durante la segunda parte, que es uno de los objetivos que se buscaba.

Figura 1. Evolución de la asistencia en los últimos cursos hasta el primer y segundo parcial.



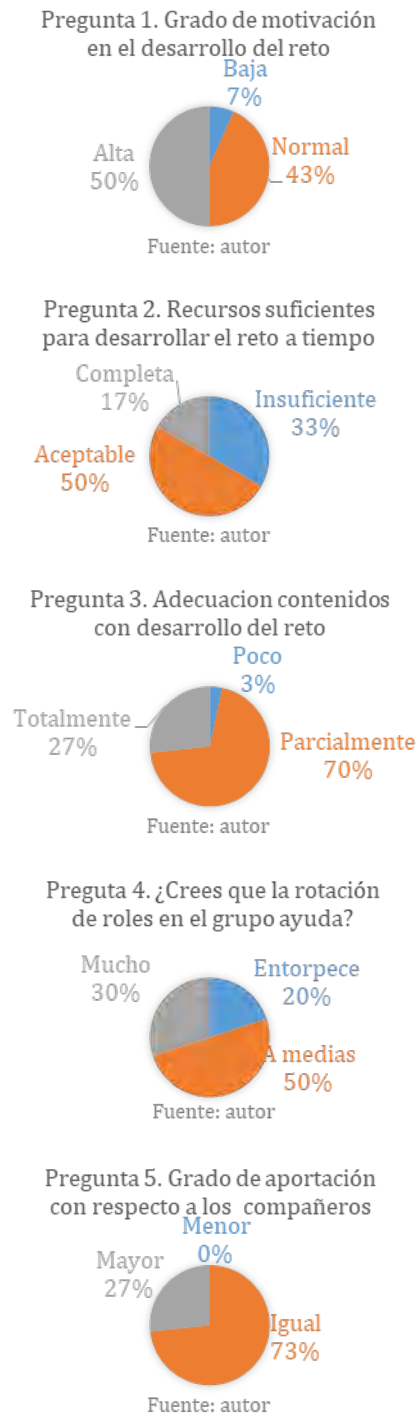
Hay que tener en cuenta, que la parte práctica de la primera parte hasta el primer parcial se ha desarrollado de forma muy parecida a como se ha hecho en cursos anteriores, en el sentido de que se trataba de prácticas independientes, en este caso con el objetivo de aprender a utilizar las herramientas que serán necesarias para el desarrollo del proyecto-reto más adelante. Estas prácticas han sido evaluadas de la misma forma que en cursos anteriores.

Es en la segunda parte donde ha habido un cambio completo en la forma en que se han desarrollado las sesiones de laboratorio. Los alumnos han pasado de tener una sesión completamente guiada por el profesor a tener que organizarse el trabajo y repartirse las tareas para solucionar cada una de las partes del proyecto asignado. Inicialmente ha supuesto un esfuerzo extra por parte del profesor para proporcionar a cada grupo la documentación adicional específica para su proyecto que normalmente viene acompañada de ejemplos y explicaciones particulares. No obstante, el número de horas consumidas en este inicio está acorde con las predichas en la planificación inicial.

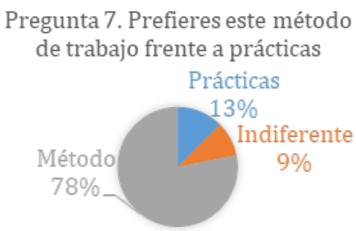
También se ha notado un cambio en el desarrollo de las clases presenciales teóricas, no tanto por la explicación de los contenidos, sino que los alumnos parecen más abiertos a intervenir y a implicarse en dichos contenidos, sobre todo cuando se encuentra el vínculo con su proyecto. Esto es satisfactorio para el profesor, por un lado, la clase se mantiene con una elevada asistencia, y por otro se hace más dinámica y participativa.

La Figura 2 muestra los resultados a una encuesta de motivación y satisfacción (ver Anexo) para las siete primeras preguntas donde el alumno de forma anónima contesta la respuesta entre tres que más se adecua según su experiencia. El test se realizó a 30 alumnos y los resultados se muestran en porcentajes sobre cada respuesta. Los resultados se analizan empleando la prueba de Chi-cuadrado con 2 grados de libertad $X2$ (hay 3 posibles respuestas), para contrastar las frecuencias observadas con las esperadas de acuerdo con la hipótesis nula (los resultados no son significativamente diferentes. El valor de p dará la probabilidad de la hipótesis nula, y se considerará un nivel de significación de 0.05 (si p<0.05 se rechaza la hipótesis nula).

Figura 2. Resultado en % del test de motivación y satisfacción realizado sobre 30 alumnos.



Fuente: autor



Fuente: autor

Para la pregunta 1 (Indica tu grado de motivación en el desarrollo del reto) se observa que el grado de motivación es entre "normal" (43%) y "alto" (50%), tan solo 2 alumnos (7%) contestaron "bajo", ($X2$ = 14.7, p<10-4).

Para la pregunta 2 (Indica en qué medida la información y recursos aportados por el profesor son suficientes para desarrollar el reto en el tiempo planificado). Prevalece la respuesta "aceptable" (50%), ($X2$ = 7.5, p = 0.02), pero una tercera parte de los alumnos contestó "insuficiente". No obstante, hay que tener en cuenta que se insta a los alumnos a que busquen información por su cuenta que complemente lo que falta para solucionar la aplicación.

Para la pregunta 3 (Indica en qué medida se adecuan los contenidos de la asignatura con el desarrollo del reto), prevalece la respuesta "parcialmente" (70%), ($X2$ = 30.9, p<10-4). Hay que tener en cuenta que un proyecto-reto particular no cubre todos los contenidos de la asignatura y que incluso se han de tener en cuenta aspectos que no se han tratado, con lo que el resultado tiene sentido.

Para la pregunta 4 (¿Crees que la rotación de roles en el grupo ayuda?) prevalece la respuesta "a medias" (50%), algunos (20%) contestaron "entorpece" y un 30% contestó "mucho", ($X2$ = 6.3, p = 0.04). Esto indica que la gestión del rol si bien tiene potencial, no se ha hecho un seguimiento constante para verificar el funcionamiento de los roles, indicando que en general no parece que les haya sido de ayuda. La plantilla de reparto de tareas semanal era una medida para motivar y organizarse el tema de los roles, pero inicialmente como algo interno para cada grupo. Tal vez en próximos cursos forzar de alguna manera a que lo rellenen a través de una tarea en el campus virtual.

Para la pregunta 5 (Indica tu grado de aportación con respecto al resto de compañeros del grupo). Ningún alumno contestó "menor", el (73%) contestó igual, y el (27%) que son 8 alumnos contestó "mayor", ($X2$ = 37.2, p<10-4). Es decir, dado que 8 grupos, en promedio 1 alumno de cada grupo piensa que hace una mayor aportación que sus compañeros, pero ninguno que hace una aportación menor.

Para la pregunta 6 (¿Crees que tu grupo acabará el reto a tiempo?), la mayoría (50%) indica que irá justo, aunque una proporción importante (30%) está indicando de que no, ($X2$ = 6.3, p = 0.04). Tampoco es un resultado desalentador, aunque probablemente se deba mejorar el asunto de la planificación en el futuro.

Para la pregunta 7 (En qué medida prefieres este método de trabajo frente a prácticas convencionales) el 83% indico su preferencia por este método, ($X2$ = 46.5, p<10-4), tan solo cuatro alumnos indicaron su preferencia por las prácticas y a 3 alumnos les resultó indiferente, lo que indica que el método CBL tiene buena aceptación.

La pregunta 8 (Indica algún aspecto que incluirías o eliminarías o cualquier aspecto que quieras resaltar) se reservó para que los alumnos indicasen abiertamente algún aspecto que no fuera recogido por otras vías. Algunas de estas sugerencias fueron:

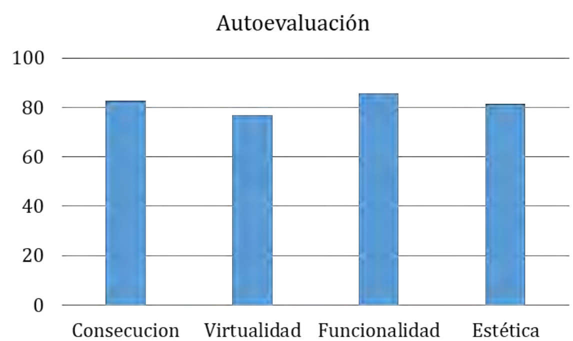
- *El desarrollo del trabajo práctico debería haberse empezado antes para no ir tan justo de tiempo.*
- *No hay un manual adecuado para utilizar los programas y robots.*
- *Lo de los roles no funciona o no está bien organizado.*
- *En el temario faltan conceptos de visión por ordenador.*
- *El trabajo era demasiado complejo.*
- *El proyecto era demasiado fácil.*
- *Este método debería de implementarse en otras asignaturas de la carrera.*

- *Pocos recursos para trabajar, poco donde elegir.*
- *He tenido que hacerlo yo casi todo, debería de distribuirse mejor el trabajo.*

Algunas de estos comentarios indican que hay que mejorar mucho para próximos cursos. No obstante, se ha observado en general, que los alumnos trabajan de forma motivada, que se sienten motivados desarrollando una aplicación práctica y que es un método que se debería implementar en otras asignaturas.

Una de las medidas incluidas es el test de autoevaluación (ver Anexo). En la Figura 3 se presentan los promedios de los resultados de las preguntas que requieren una respuesta en porcentaje (preguntas 1, 5, 8 y 9) indicando que la percepción de los alumnos para cada uno de estos ítems es de entorno al 80%.

Figura 3. Resultado del test de autoevaluación para las preguntas con respuesta porcentual.



Fuente: autor

La pregunta 3 es la que permite que cada alumno evalúe de forma ordinal que presentaciones les ha parecido mejor. Con estos datos el profesor obtiene las puntuaciones promedio para cada presentación y da una nota a dichas presentaciones proporcional al orden de peor a mejor valoración.

El resultado a la pregunta 4 (Tal como está diseñada la asignatura creo que me ha ayudado a aprender de forma significativa y fácil) se muestra en la Figura 4, un alumno contestó que no le ha servido de nada, el resto entre que le ha servido parcialmente o totalmente.

Figura 4. Resultado del test de autoevaluación para la pregunta 4.

Fuente: autor

6. Discusión y conclusiones

Tras la finalización del curso, y realizada la evaluación de cada una de las partes, se obtuvo para la evaluación de la parte práctica (teniendo en cuenta la nota de las prácticas de la primera parte y la parte del proyecto-reto) una nota promedio de 8.2, similar a la obtenida en los cursos anteriores. En cuanto a la parte de teoria, un promedio de 3.8 para el primer parcial, donde todavía no se empezó el desarrollo del reto, y un promedio de 7.2 para el segundo parcial/final, que es donde se observa un cambio significativo respecto a cursos anteriores. En la prueba parcial los alumnos tienen la opción de recuperar la parte no aprobada del primer parcial. La nota resultante de la parte de teoria ha sido de 7. Esto da una nota promedio global de la asignatura de 7.4 (teoria 60%, práctica 40%).

Aunque se observa una mejora en la nota global de la asignatura, el resultado más relevante que puede observarse más allá de los números reside en la mayor implicación observada por los alumnos en la asignatura, mayor interés en relacionar la teoria con el desarrollo práctico, mayor facilidad a desarrollar problemas de distinto tipo lejos de aplicar recetas de problemas tipo, así como una buena disposición a trabajar en grupo y exponer sus resultados.

Puede concluirse que la introducción de la metodología basada en retos es un esquema que permite mejorar la implicación del alumnado, implicándose en profundidad, tanto en los conceptos teóricos, como en su aplicación práctica, así como una mayor motivación para enfocar la asignatura y mantener la asistencia hasta el final.

Por las características de la metodología, este estudio es susceptible a ser aplicado de forma similar en otros contextos o asignaturas, preferentemente del ámbito científico-tecnológico. El CBL es un método que permite aplicar con éxito estrategias didácticas en una enseñanza activa, colaborativa y participativa, que permite resolver problemas y carencias propias de los métodos tradicionales. Es especialmente destacable vincular los avances y presencia de las tecnologías emergentes (robótica, industria 4.0, inteligencia artificial…) con los retos a desarrollar, que motivan especialmente al alumno y lo mantiene activo en el aprendizaje.

Referencias

Apple Inc., (2011). *Challenge based learning: A classroom guide.* Recuperado de https://images.apple.com/education/docs/CBL_Classroom_Guide_Jan_2011.pdf

Binder, F., Nichols, M., Reinehr, S. y Malucelli, A. (2017) Challenge Based Learning Applied to Mobile Software Development Teaching. *IEEE 30th Conference on Software Engineering Education and Training (CSEE&T), Savannah, GA*, 57-64. doi: 10.1109/CSEET.2017.19

Bravo, F. y Forero, A. (2012). La robótica como un recurso para facilitar el aprendizaje y desarrollo de competencias generales. *Education in the Knowledge Society (EKS), 13*(2), 120-136.

Chapman, N. (1996). *The Rough Guide to Problem–Based Learning in Engineering*. Oxford, England: Oxford Brookes University.

Cheung, R., Cohen, J., Lo, H. y Elia, F. (2011). Challenge Based Learning in Cybersecurity Education. *Proceedings of the International Conference on Security and Management (SAM), (WorldComp), Athens* 1-6. Recuperado de http://world-comp.org/p2011/SAM5063.pdf

Chickering, A.W. y Gamson, Z.F. (1987). Seven principles for good practice in undergraduate education. *American Association of Higher Education Bulletin*, (7), 3-7.

EduTrends, (2015). Aprendizaje basado en Retos. Recuperado de http://eduteka.icesi.edu.co/pdfdir/edutrends-aprendizaje-basado-en-retos.pdf

Giorgio, T. y Brophy, S. (2001). Challenge-based learning in biomedical engineering: a legacy cycle for biotechnology. *ASEE – Annual Conference Proceedings*, 2705-2711. Recuperado de https://peer.asee.org/challenge-based-learning-in-biomedical-engineering-a-legacy-cycle-for-biotechnology.pdf

Johnson, L., Smith, R., Smythe, J. y Varon, R. (2009). Challenge-Based Learning: An Approach for Our Time. *Austin, TX: The New Media Consortium*. Recuperado de http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED505102.pdf

Klinger, A., Finelli, C. y Budny, D. (2000). Improving the Classroom Environment. *Proceedings of the 30th Annual IEEE/ASEE Frontiers in Education Conference, Kansas City, MO, October* 18–21. http://dx.doi.org/10.1109/FIE.2000.897528

Monsalves, S. (2011). Estudio sobre la utilidad de la robótica educativa desde la perspectiva del docente. *Revista de Pedagogía, 32* (90), 81-117. http://www.redalyc.org/pdf/659/65920055004.pdf

Moreno, I., Muñoz, L., Serracín, J., Quintero, J., Pittí, K. y Quiel, J. (2012). La robótica educativa, una herramienta para la enseñanza-aprendizaje de las ciencias y las tecnologías. *Teoría de la Educación. Educación y Cultura en la Sociedad de la Información, 13*(2), 74-90. https://www.redalyc.org/pdf/2010/201024390005.pdf

Moresi, E., Filho, M., Barbosa, J., Lopes, M., Morais, M., Santos, J., Borges, M. y Osmala, W. (2017). The use of challenge based learning in mobile application development. *12th Iberian Conference on Information Systems and Technologies (CISTI), Lisbon*, 1-6. doi: 10.23919/CISTI.2017.7975800

Nurbekova, Z., Mukhamediyeva, K., Davletova, A. y Kasymova, A. (2018). Methodological system of educational robotics training: Systematic literature review. *Espacios, 39*(15), 28-36. https://www.revistaespacios.com/a18v39n15/a18v39n15p28.pdf

O'Mahony, T., Vye, N., Bransford, J., Sanders, E., Stevens, R., Stephens, R., Richey, M., Lin, K. y Soleiman, M. (2012). A Comparison of Lecture-Based and Challenge-Based Learning in a Workplace Setting: Course Designs, Patterns of Interactivity, and Learning Outcomes. *Journal of the Learning Sciences, 21*(1), 182-206. doi: 10.1080/10508406.2011.611775

Rugarcia, A., Felder, R.M., Woods, D.R., y Stice, J.E. (2000). The Future of Engineering Education. I. A Vision for a New Century. *Chem. Engr. Education*, *34*(1), 16-25.

Anexo

Encuesta de motivación y satisfacción

1. Indica tu grado de motivación en el desarrollo del reto

   Baja___ Normal___ Alta___

2. Indica en qué medida la información y recursos aportados por el profesor son suficientes para desarrollar el reto en el tiempo planificado

   Insuficiente___ Aceptable___ Completa___

3. Indica en qué medida se adecuan los contenidos de la asignatura con el desarrollo del reto

   Poco___Parcialmente___ Totalmente___

4. ¿Crees que la rotación de roles en el grupo ayuda?

   Entorpece___ A medias___ Mucho___

5. Indica tu grado de aportación con respecto al resto de compañeros del grupo

   Menor___ Igual___ Mayor___

6. ¿Crees que tu grupo acabará el reto a tiempo?

   No___ Justo___ Sobrará___

7. En qué medida prefieres este método de trabajo frente a prácticas convencionales:

   Prefiero las prácticas___ Indiferente___ Prefiero este método___

8. Indica algún aspecto que incluirías o eliminarías o cualquier aspecto que quieras resaltar

Test de autoevaluación

1. Indica el porcentaje de consecución de los objetivos:

   ___%

2. Indica tu grado de participación respecto a tus compañeros de grupo:

   Mucho menor___ Menor___
   Igual___ Mayor___
   Mucho mayor___

3. Da un valor de orden (1 mejor 8 peor) a las presentaciones:

   Manipulador guiado ___
   Juego de ajedrez ___
   Robot seguidor ___
   Robot que huye ___
   Robot teleoperado ___
   Ilumination helper ___
   Tres en raya ___
   Golfsphero ___

4. Tal como está diseñada la asignatura creo que me ha ayudado a aprender de forma significativa y fácil:

   Totalmente___

   Parcialmente___

   No me ha servido de nada___

5. En qué medida el comportamiento del entorno virtual crees que es un reflejo del entorno real:

   ___%

6. Destaca cual ha sido el aspecto que ha supuesto una mayor dificultad en la implementación práctica de vuestro reto

7. Destaca cual ha sido el aspecto que ha supuesto una mayor dificultad conceptual

8. Valora en qué grado valoraríais vuestra solución desde el punto de vista de la funcionalidad

   ___%

9. Valora en qué grado valoraríais vuestra solución desde el punto de vista de la estética

   ___%

Revista Internacional de Aprendizaje en Ciencia, Matemáticas y Tecnología, 7(1), 2020, ISSN 2386-8791

EL JUEGO DE "LA GUAYABITA" COMO UN DETONADOR DE EMOCIONES

Una mirada hacia las emociones políticas

The Guayabita's Game as a Detonator of Emotions: a Look at Political Emotions

JORGE JHONATTAN CASTELLANOS SOSA
Investigador independiente, Colombia

KEY WORDS

Affective development
Political Emotions
Educational game
Statistical mathematics
Emotions

ABSTRACT

This work is a methodological proposal divided into three fundamental parts, based on Action Research that analyzes aspects related to the mathematical emotions obtained with the game Guayabita con Dos Dados, feelings that are then redirected towards the Political Emotions that are part of the improvement of society, and the strengthening of communal relations. Elements such as the "tally sheet" are taken into account, which helps to obtain information regarding the sums of the faces of the tosses of two dice, an issue that when analyzed contributes to the understanding of probabilistic concepts and counting techniques.

PALABRAS CLAVE

Desarrollo afectivo
Emociones Políticas
Juego educativo
Matemáticas estadísticas
Emociones

RESUMEN

Este trabajo es una propuesta metodológica dividida en tres partes fundamentales, basada en la Investigación-Acción que analiza aspectos relacionados con las emociones matemáticas obtenidas con el juego Guayabita con Dos Dados, sentimientos que luego se redirigen hacia las Emociones Políticas que forman parte del mejoramiento de la sociedad, y al fortalecimiento de las relaciones comunales. Se tienen en cuenta elementos como la "hoja de conteo", que ayuda a obtener información con respecto a las sumas de las caras de los lanzamientos de dos dados, cuestión que al analizarse aporta al entendimiento de conceptos probabilísticos y de técnicas de conteo.

Recibido: 07/05/2020
Aceptado: 03/11/2020

Introducción

El presente trabajo es una propuesta metodológica fundamentada gracias a la Investigación-Acción la cual analiza aspectos relacionados con las emociones matemáticas obtenidas con el juego *Guayabita con Dos Dados*[1], sentimientos que luego son encaminados hacia las *Emociones Políticas* que hacen parte del mejoramiento de la sociedad. Este se realiza porque se quiere demostrar que las emociones son cruciales para determinar si un alumno quiere aprender, o si éste ha aprendido más fácil por sus emociones positivas con la actividad matemática (o viceversa, no ha aprendido), de esa forma, este tipo de emociones se canalizan hacia las emociones políticas que ayudan al trato más tolerable entre las personas, y contribuye a una armonía entre la gente, siendo que el trabajo debe ser grupal y debe ser encaminado a emociones positivas. Además se tiene en cuenta que se materializa por medio del juego Guayabita, como también su recolección de datos como lo es la *hoja de conteo*, que ayuda a juntar información mientras transcurre este, con respecto a las sumas de las caras del lanzamiento de dos dados, pero que también se desarrolla gracias a la metodología de investigación-acción por la reflexión y el entendimiento que se puede adquirir de las emociones para la optimización de la educación y el quehacer docente. Lo que se obtiene es una estructuración de tres momentos clave en donde, por medio del juego y sus complejidades, se puede llegar a aprender y comprender emociones que contribuyan a la colectividad, además de aprender conceptos probabilísticos y técnicas de conteo.

Justificación

Es necesario poner atención a las emociones presentes en el aula de clase, dado que éstas ayudan a la evolución individual (en ámbitos cognitivos y éticos) y colectiva de la sociedad (en cuanto a lo moral). Es importante esto, ya que, si hay alumnos que tengan actitudes positivas hacia las materias de sus escuelas, ello podría contribuir a que aprendan mejor por su actitud positiva, pero, de lo contrario, no habría una enseñanza óptima con un estudiante que no tenga una afecto por alguna materia, bien sea por sus creencias de que la materia es inútil, o que no sirve para ello, es decir que es “trancado” para poder aprender los conceptos. Es por esto que las emociones juegan un papel importante en el colegio, o en cualquier ambiente de aprendizaje, bien sea en el aula, el trabajo, el hogar, siempre es regular que cuando se tienen emociones positivas, hay más felicidad y se puede y se quiere aprender más fácilmente, cuando se está inmerso en un ambiente de aprendizaje. De esa forma es muy importante saber manejar las emociones de los alumnos para poder lograr una enseñanza-aprendizaje óptimo.

Las situaciones matemáticas no deben ser tradicionales, ya que hoy en día los procesos habituales en cuanto a la metodología, por ejemplo el conductismo, no ayuda a que exista una evolución cognitiva y una generación de emociones positivas, sino que genera los desgastes psíquicos del siglo XXI como lo son el estrés y la ansiedad, de esa forma, la utilización de juegos en el aula ayuda a que el alumno pueda desenvolverse mucho más fácilmente con él mismo y sus compañeros, porque es una actividad más próxima a la relajación, sin embargo, en los juegos hay competitividad, actitud que ayuda a que surjan varias emociones entre los partícipes. Además también existe el caso en el que las emociones propias no son movidas por la percepción de otra emoción; es decir que si yo estoy mal humorado, y otra persona está feliz, puede que la persona que está feliz no deje de estarlo por el hecho de que yo tenga una emoción distinta, es decir que no existe una empatía emocional, lo cual es bueno para el desarrollo particular de cada ser.

Las pausas siempre serán buenas en cada sesión de clase, porque ayudan a analizar con cabeza fría la enseñanza realizada por los docentes, y los conceptos adquiridos por los alumnos, de esa forma, los tres momentos obtenidos en este trabajo, ayudan a entender que las pausas logran procesar más adecuadamente las emociones obtenidas, porque se cambia la perspectiva del análisis de los sentimientos, es decir, no es lo mismo tomar decisiones cuando se

[1] El Juego de la Guayabita es originario de Colombia, es un juego de azar que se desarrolla con un solo dado, pero en este trabajo se ha creado una Guayabita con dos dados.

es feliz que cuando se está triste, de esa forma cuando se tiene una posición neutral, se puede llegar a saber las emociones que se tienen, y porqué se tenían, es así como la inteligencia emocional contribuye a saber que una buena actitud hacia algo ayuda a su comprensión y entendimiento.

El contenido matemático del juego no debe ser fácil de hallar, ya que debe haber un reto conceptual para el alumno, porque si este no se esfuerza, no podrá manifestar diversas emociones, para que pueda saber con cuál se quedará, es por ello que, en este caso la probabilidad, las permutaciones y los dados dejan ver nuevos conceptos en los alumnos, que a su vez generan emociones placenteras para quien los encuentra, y dejan sensaciones de sorpresa para aquellos que no hayan logrado la solución a simple vista, o que generen emociones de disgusto por no haber podido hacer algo al respecto. Somos seres humanos inmersos en nuestras emociones, es por ello que este trabajo tiene tanta relevancia en su realización, porque toma las emociones para optimizar la enseñanza, y por otro lado, encamina las emociones matemáticas positivas hacia emociones políticas para poder entablar una correcta convivencia social. Sin embargo, las emociones negativas no se descartan, ya que ayudan a saber qué afectos son los que deben redireccionarse o mejorar para que se puedan convertir en positivos, que a su vez lleven a aprendizajes óptimos. Si no fuera por lo malo, no nos daríamos cuenta de lo valioso que es lo bueno.

Objetivos

General

Implementar una propuesta metodológica con relación al juego "Guayabita con dos dados" para la enseñanza de conceptos probabilísticos y emociones matemáticas llevadas hacia emociones políticas en miras a la conformación de una sociedad más estable ética y moralmente.

Específicos

- Proponer un juego que genere manifestaciones emocionales, matemáticas y sociales.
- Generar espacios de justificaciones y reflexiones emocionales asociadas al juego.
- Realizar una institucionalización que guíe las emociones hacia unas emociones políticas.

Pregunta Orientadora

¿Cómo se puede llegar al entendimiento de las emociones matemáticas y políticas como conformadoras de una sociedad ética y moralmente más estable a partir del Juego de la Guayabita con dos dados?

Marco Teórico

El papel de las emociones en matemáticas es una concepción que se ha venido trabajando más arduamente en las últimas décadas y en la cual se ha puesto más atención ahora dado que ésta podría ser la raíz de muchos de nuestros fracasos en la vida intelectual y en particular, de nuestra educación matemática. De esta manera, nuestras *actitudes* hacia determinados conceptos de la matemática podrían indicar qué tan desarrollados conceptualmente estamos en ese aspecto. Así mismo Gómez (2000) indica que la *actitud* se puede entender como una predisposición evaluativa, es decir, positiva o negativa, la cual determina las intenciones personales e influye en el comportamiento de los alumnos, por lo cual sus actitudes manifestarán qué tan predispuestos y atentos pueden estar ellos en la clase. Es importante distinguir entre lo que un sujeto es capaz de hacer (capacidad) y lo que prefiere hacer (actitud).

McLeod (1989), citado por Gómez (2000) presenta los componentes específicos de la *actitud* en la educación matemática, estos son:

- Percepción del estudiante ante la utilidad de las matemáticas;
- Autoconcepto del estudiante o confianza respecto a las matemáticas;
- Percepción de la matemática desde el punto de vista de los alumnos, de sus padres, de los profesores (no tiene componente emocional);
- Ansiedad (fuerte componente emocional). (Pg. 22)

Para Callejo (1994) citado por Gómez (2000), hay dos diferentes tipos de *actitudes* que conllevan ciertas *emociones* hacia la matemática, estos son:

Diferentes *actitudes hacia la matemática*: las cuales se refieren a actitudes hacia la matemática y los matemáticos (aspectos sociales de la matemática), el interés por el trabajo matemático, la actitud hacia las matemáticas como asignatura, actitud hacia determinadas partes de las matemáticas, y actitud hacia los métodos de enseñanza.

Actitudes Matemáticas: Las cuales determinan caracteres cognitivos, estos se manifiestan en el interés por estudiar y resolver problemas (frente a la metodología de resolución de problemas).

De esta forma, se puede entender que las emociones surgen como respuesta a un suceso, interno o externo, que tiene una carga de significado positiva o negativa para el individuo. Así mismo las *"dificultades que comporta tanto aprender cómo enseñar matemáticas pueden tener su origen en las actitudes de los alumnos hacia la matemática, en la naturaleza de esta ciencia, en el lenguaje y la notación matemática y en el modo de aprender de los alumnos."* (Gómez, 2000, Pg. 28)

Por otro lado, éste mismo autor define los *afectos* como un significado emocional que se establece dentro del contexto personal, en donde intrínsecamente funcionan los recursos, las estrategias heurísticas y el control al trabajar la matemática, además de que tiene en cuenta los conceptos previos del alumno, lo cognitivo y lo social. De esta forma la autora define cuatro tipos de afectos:

1) *Hacia la matemática como sistema <u>regulador</u> de la estructura del conocimiento, su saber matemático, o su opinión de la matemática;*
2) *Como un <u>indicador</u>* afectivo de la situación de aprendizaje, afectos surgidos en la clase;
3) *Como una fuerza de <u>inercia</u>* resistente al cambio, afectos que impiden el aprendizaje;
4) *Como un <u>vehículo</u> de conocimiento matemático que* transmite fácilmente el saber, afectos positivos y negativos que contribuyeron o no al aprendizaje;

Esto*s* factores se retomarán más adelante en la actividad, ya que es conveniente saber las emociones que sintieron los alumnos, tomando en cuenta diferentes perspectivas y analizando su forma de sentir. Más adelante se explicará el *mapa de humor* que será utilizado para poder conocer de forma gráfica las emociones presentes en los alumnos, emociones que gracias al juego de la Guayabita con dos dados, serán de competitividad, egocentrismo, compasión, tranquilidad, nerviosismo, ansiedad, entendimiento, confusión, intranquilidad, éxtasis, felicidad, comprensión, entre otras.

Es por lo anterior que se toma la determinación de introducir el juego *Guayabita con dos dados (Castellanos y Martinez, 2017)*, el cual, además de ayudar a manifestar bastantes emociones en el aula, ayuda a que la transmisión y creación de conocimientos y desarrollos cognitivos se potencialice en los alumnos. Fernández y Rodríguez (1997) en su libro *Juegos y pasatiempos para la enseñanza de la matemática elemental* indican que el *juego* es una de las formas más frecuentes empleadas por el niño para manifestarse, es la actividad más espontánea del escolar y por tanto la más adecuada para el desarrollo intelectual.

Toda esta condición emocional tiene una finalidad social y es encaminarla a una relación con las emociones políticas, las cuales ayudan fomentar una mejor comunidad y un mejor país. De este modo Nussbaum (2014) indica que *"los rasgos geográficos de un país sirven para canalizar más emociones hacia los principios o compromisos clave que este dice representar: la inclusión, la igualdad, la mitigación del sufrimiento, el fin de la esclavitud."* (Pg. 14), es decir, si tenemos mejores individuos, podemos tener miras hacia una mejor comunidad. No obstante, hay que saber que siempre ciertas emociones como el asco, la envidia o el deseo de avergonzar a otros, estarán siempre presentes en todas las sociedades y, muy probablemente, en todas las vidas humanas individuales.

Por otro lado, Morin (2006) habla acerca del *egocentrismo*, el cual es un obstáculo para el desarrollo de las emociones con tinte de mejoramiento social, *"el cierre del egocéntrico hace que el prójimo nos resulte ajeno, la apertura altruista nos lo hace fraterno. El principio* *egocéntrico lleva en si la potencialidad de concurrencia y de antagonismo respecto del semejante, incluso del hermano y conduce a Caín al asesinato.”* (Pg. 22). Es por ello que, se requiere que no exista este tipo de sentimiento que se une a la *competitividad* que menciona Nussbaum (2014), para que surjan sentimientos de fraternidad y altruismo y que así ocurra un avance social y político en cualquier comunidad.

Con respecto a las concepciones y creencias previas de los individuos y su desarrollo emocional y cognitivo, Nussbaum (2014) indica que *“la mente humana es extravagante y particularista, y es más fácilmente capaz de concebir una adhesión fuerte si esos principios elevados son conectados con un conjunto particular de percepciones, recuerdos y símbolos más hondamente enraizados en la personalidad y en la sensación que las personas tienen de su propia historia.”* (Pg. 25), es decir que lo que puedan pensar los padres, hermanos, amigos, entre otras personas y los mismos alumnos de las matemáticas; es un factor muy importante que influye en el alumno en la forma de aprender y estar dispuesto a adquirir este tipo de saberes, ahí entran mucho a jugar las emociones positivas como la felicidad, la tranquilidad, el gusto, la curiosidad, la diversión, la confianza, en las cuáles existe mayor probabilidad para que un alumno pueda aprender, en cambio cuando un alumno tiene emociones de descontento, prisa, bloqueo, “come cabeza” como truncamiento o gran dificultad, indiferencia, o aburrimiento, sucede todo lo contrario.

Dadas las emociones positivas anteriormente citadas, estas estarían incluidas en la emoción del *amor* según Nussbaum (2014), ya que menciona que existe una necesidad de incluir esta emoción en nuestro repertorio de emociones políticas, ya que, por lo general, los seres humanos vivimos inmersos en nuestro propio egoísmo y la satisfacción de nuestros propios deseos. De esa forma el amor es una emoción que nos invita a sacrificar el propio autointerés con la finalidad de beneficiar al ser amado, quizá esta disposición se pueda emplear para extender nuestra preocupación por los demás. Entonces, como emoción positiva grande tenemos al *Amor*, y su emoción grande contraria sería el *Egocentrismo*, citado por Morin (2006). Así se sabrá que una “mejor sociedad” con respecto a las emociones políticas es aquella que contiene más emociones positivas, ya que es algo que contribuye al aprendizaje, al mejoramiento y evolución de la sociedad.

Por otro lado, la Metodología de la actividad (más no del presente artículo), se ha optado por la resolución de problemas, la cual según Flores (2001), es el enfoque de las interpretaciones *cognitivas* (o *estructuralistas*), en el cual aprender es alterar las estructuras mentales y se origina partiendo de la *resolución de problemas* o de la realización de tareas complejas. El sujeto tiene una estructura mental en la que encaja las experiencias que ha vivido y que, hasta entonces, se interpretan. Cuando se buscan soluciones según sus experiencias previas, a esto le llama Piaget *asimilación*, cuando los conocimientos previos no sirven, se cambian por otros que sí funcionen, a esto se le llama *acomodación* y cuando se hace este proceso de acomodación – asimilación, se llama *equilibrio.*

Adicional a ello Gómez (2000) indica las dimensiones del estado emocional del resolutor de problemas (estudiante):

- Magnitud y dirección: El ajá! (emoción), agrado y simpatía al problema real;
- Duración: El progresar y no hacerlo;
- Nivel de Consciencia: si el resolutor de problemas es consciente de sus relaciones emocionales, puede mejorar su habilidad para controlar sus respuestas automáticas en resolución de problemas y lograr un mayor éxito;
- Nivel de control: en algunas emociones.

Metodología

Esta se basa en la Investigación-acción ya que tiene en cuenta la reflexión del docente para poder encaminarla a un mejoramiento social, que en nuestro caso es acerca de las emociones políticas encaminadas al mejoramiento de la comunidad, además de una optimización de la enseñanza-aprendizaje por medio del juego Guayabita y sus nociones matemáticas implicadas gracias a las emociones positivas obtenidas en el juego. De esta forma Latorre (2005) menciona que la investigación- acción “*describe una familia de actividades que realiza el profesorado en sus propias aulas con fines tales* *como: el desarrollo curricular, su autodesarrollo profesional, la mejora de los programas educativos, los sistemas de planificación o la política de desarrollo. Estas actividades tienen en común la identificación de estrategias de acción que son implementadas y más tarde sometidas a observación, reflexión y cambio. Se considera como un instrumento que genera cambio social y conocimiento educativo sobre la realidad social y/o educativa, proporciona autonomía y da poder a quienes la realizan." (Pg. 23).*

De este modo se tiene en cuenta el triángulo de Lewin (1946) que contempla la necesidad de la investigación, de la acción y de la formación como tres pilares clave para el desarrollo profesional. La investigación-acción es vista como una indagación práctica realizada por el profesorado, de forma colaborativa, con la finalidad de mejorar su práctica educativa a través de ciclos de acción y reflexión, es por ello que para la implementación de este trabajo se proponen tres momentos clave para poder tener tiempos de reflexión, procesamiento y avance, esto se explicará más a profundidad después del marco teórico.

Ilustración 1: Triángulo de Lewin (1946), estos tres conceptos son importantes desarrollarlos en el aula para potencializar el desarrollo personal, en sus ámbito como persona social, y en su aprendizaje cognitivo.

Esta metodología fue implementada por el psicólogo social del triángulo, Lewin (1946), como una espiral de pasos: planificación, implementación y evaluación del resultado de la acción. La investigación-acción se entiende mejor como la unión de ambos términos. Tiene un doble propósito, de acción para cambiar una organización o institución, y de investigación para generar conocimiento y comprensión. Por lo tanto, lo más importante es que la investigación-acción no es ni investigación ni acción, ni la intersección de las dos, sino el bucle recursivo y retroactivo de investigación y acción. *"This and similar experiences have convinced me that we should consider action, research and training as a triangle that should be kept together for the sake of any of its corners."* Lewis (1946).

Para la recolección de datos emocionales individuales de los alumnos, es conveniente utilizar un instrumento llamado *Mapa de Humor* según Gómez (2000). Este instrumento es válido para:

- Favorecer en el alumno el conocimiento propio de sus relaciones emocionales.
- Favorecer en el alumno el control y regulación del aprendizaje, pasando por el proceso meta-afectivo de advertir, identificar, controlar y dar respuesta a la emoción.
- Permitir, al profesor, recoger información sobre las reacciones afectivas de los estudiantes (magnitud, dirección, consciencia y control de las emociones) y origen de estas (dinámica de interacción entre los factores afectivos y cognitivos)
- Permitir, al profesor, recoger información de las fases en las que se encuentran en la resolución de la tarea y los procesos cognitivos en que se trabajan. (Pg. 111)

Cada una de estas partes se verá involucrada con una serie de signos que tendrán que manifestar los alumnos en el momento en el que se les haga unas preguntas pertenecientes a sus emociones, estos símbolos serán dados, pero a medida en que pasa el tiempo, los propios alumnos pueden ir creando ciertos signos o caracteres que expresan emociones distintas. Esto se tendrá en el segundo momento de la aplicación de este trabajo.

Por último, entorno a lo matemático, se verán las siguientes concepciones:

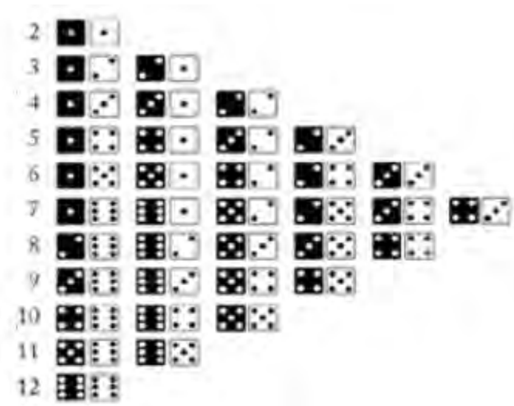
Estrategias de Conteo

La estrategia de conteo que se necesita en el juego de la *Guayabita con dos Dados* es claramente referente a las sumas existentes en las dos caras resultantes del lanzamiento de dos dados, ya que el juego de la guayabita se expresa de esta forma, es por ello que se puede saber a simple análisis, que el número que más aparece es el 7, por las posibilidades de sumas que se pueden hacer con dos dados, y de esa forma se crea una distribución normal con los demás números resultantes.

Este juego se aclara de una mejor forma más adelante. También, es preciso decir que la forma del juego se ha tomado de una tesis de Licenciatura en Matemáticas de pregrado de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, una universidad pública de la ciudad de Bogotá (Castellanos y Martinez, 2007), y que además muestra el funcionamiento de la Guayabita Clásica, cosa que no se hablará en este escrito.

El método de conteo de la permutación se define como *"variar la disposición u orden en que estaban dos o más cosas". Es necesario precisar si estas cosas son o no indistinguibles, para asegurar que la nueva configuración sea en esencia distinta a la antigua."* (Wilhelmi, 2004), de esta forma la permutación nos ayuda a saber los casos posibles de las sumas de las caras de los dados de la siguiente forma:

Ilustración 2: Todos los resultados posibles de sumas con dos dados, estos se establecen mediante permutación, porque como lo menciona (Wilhelmi, 2004), se analiza la disposición de las posibilidades del orden de las sumas de las caras de los dados.



Así mismo se logra saber las posibilidades de sumas existentes con los dos dados.

Distribución normal

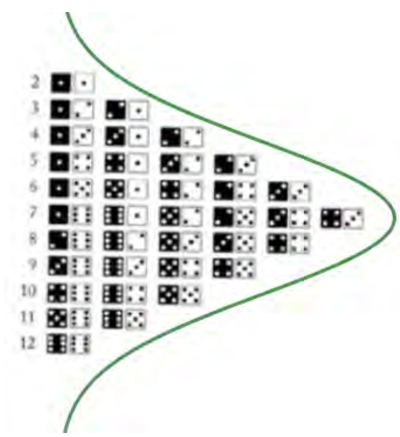
Por otro lado, se encuentra la distribución normal que se refleja en los resultados con los dados mostrados anteriormente, la cual para Gorgas, Cardiel y Zamorano (2011) es la más importante de las distribuciones continuas. Ellos afirman que "(…) *se debe a que describe con gran aproximación la distribución de las variables asociadas con muchos fenómenos de la naturaleza. En particular, las medidas de magnitudes físicas suelen distribuirse según una distribución normal"* (Pg. 90). La función de distribución normal, útil para el cálculo de probabilidades, vendrá dada por:

Ilustración 3: función de distribución normal.

$$f(x) = P(X < x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}\, dt$$

La distribución normal se representa gráficamente por la campana de Gauss, simétrica centrada en μ y con anchura proporcional en σ (Figura 1). Donde el punto máximo de la función de densidad ocurre que $x = \mu$ y por lo tanto allí se encuentran la media, la moda y la mediana:

Ilustración 4: Representación de distribución normal a causa de los resultados de las sumas de las caras con dos dados.



Actividad

La actividad propuesta está dividida en tres sesiones, las cuales en primera instancia será la aplicación del juego Guayabita con dos dados, luego una descripción y análisis de las emociones obtenidas en el juego, y por último se tiene una institucionalización que ayuda a cerrar el ciclo de emociones manifestadas en el juego, y el reconocer que estas aportan bastante al crecimiento como sociedad, además que mediante se aprende esto, también se captan conceptos matemáticos.

Esta metodología se puede aplicar a cualquier tipo de personas que tengan ya desarrollada su capacidad cognitiva para desenvolverse con el mundo, y que claramente tengan conceptos básicos de probabilidad y estadística, por ello se sugiere edades de más de 11 años, no obstante para la aplicación en colegios, hay que tener en cuenta el contenido curricular del curso a aplicar, precisamente por los conceptos previos:

Ilustración 5: Tabla que muestra los tres momentos de la propuesta metodológica.

Momentos	Breve Descripción	Duración
1	Juego "Guayabita con dos Dados", y análisis de éste con respecto al apostar y a los valores obtenidos por las sumas de las caras de los dados. (Grupos de 4 estudiantes)	2 horas
2	Taller de Emociones resultantes del juego "Guayabita con dos Dados". (Individual)	2 horas
3	Institucionalización de las emociones obtenidas y de su análisis, con el fin de utilizarlas como un enfoque de mejoramiento social. (Todo el grupo reunido)	2 horas

Es conveniente que las tres sesiones no se realicen el mismo día, ya que el profesor necesita un espacio para poder analizar los comportamientos emocionales obtenidos en los apartados.

A continuación, se hace una descripción detallada de los momentos:

Momento 1: "Guayabita con dos dados"

El juego de la Guayabita es muy común Colombia, sobretodo es un juego conocido por apostadores que quieren ganar dinero de forma rápida. Usualmente se juega con un dado, pero en esta actividad se ha creado una Guayabita con dos dados, la cual tiene la finalidad matemática de saber la manera más adecuada de apostar según las formas posibles de sumas de las caras de dos dados. Ésta se desarrolla en grupos de 4 personas, la actividad es la siguiente:

Materiales (para cada grupo):

— Dos dados
— Chaquiras (esferitas que sirven para apostar)
— Hoja de conteo (Se explicará más adelante)

Reglas del juego

(Pre-juego)

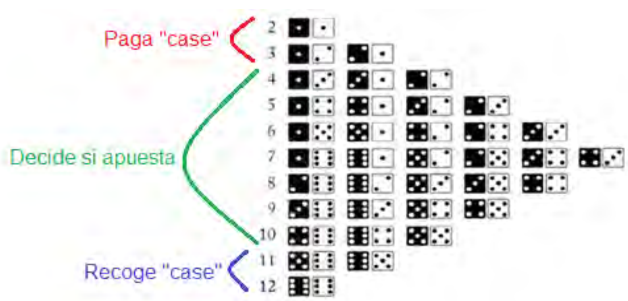
- Todos los participantes acuerdan un valor mínimo inicial de apuesta de chaquiras, que se va a denominar *el case.*
- Una vez que cada jugador haya realizado el aporte inicial del *case* a la mesa (*pozo*), la partida estará lista para iniciar.
- Para saber cuál jugador inicia la partida, se debe recurrir a piedra, papel y tijera (*cachipúm, chin chan pú, pin pon papas*), y el ganador iniciará, de ahí por derecha.
- -Ningún jugador puede *pasar el turno* en su primer lanzamiento cada vez que le corresponda.
- Cada jugador en cada turno tiene el derecho y el deber de lanzar los dos dados. Si saca un número con el que pueda apostar (más adelante se explicaran los números con los que se puede apostar), tiene el derecho a pasar el turno o apostar. Si decide apostar, lo puede hacer por el *case* o un valor superior a este (no se debe apostar por un valor mayor al que hay en la mesa). Adicional a esto, debe volver a lanzar los dados y si saca un número mayor del que sacó anteriormente, gana el dinero que apostó (lo toma de la mesa), de lo contrario, si saca el mismo número o un número menor, deberá dejar el dinero que apostó en la mesa. Para ejemplificar se plantea el siguiente caso: el jugador NN sacó un 5 en su lanzamiento, y decide apostar 20 chaquiras (en la mesa hay 35), si saca un número mayor a 5 gana las 20 chaquiras,

pero si saca de nuevo 5 o un número menor a éste, deberá poner 20 de sus chaquiras en la mesa, y le correspondería al jugador de la derecha.

(Durante el juego)

- Si cae el número 2 o el 3, el jugador debe poner el valor del *case* en la mesa.
- Si cae el número 11 o el 12, el jugador deberá tomar el valor del *case* que había puesto en la mesa.
- Si cae un número comprendido entre 4 y 10 el jugador decide si quiere apostar una parte del *pozo* o todo éste. Si decide no apostar, le corresponde lanzar al próximo jugador. Si éste decide apostar, debe sacar en el segundo lanzamiento un número **mayor** al que sacó en el momento que apostó. Si sale un número menor o igual, el jugador debe colocar el valor al que aposto al *pozo*.
- El juego finaliza cuando ya no existan más chaquiras en la mesa para apostar. Si se decide iniciar una nueva partida, cada jugador deberá aportar nuevamente el *case*.

Ilustración 6: Modo de Juego "Guayabita con dos Dados" con respecto a las formas en que sale cada número con los dos dados.



Lo principal de esta actividad es examinar la manera en que los estudiantes logran descubrir la condicionalidad dada por el apostar, por medio de las probabilidades de los dados para cada pareja de números, por lo cual, sería más fácil apostar si sale un número menor a 7 ya que se tendría más formas, y por ende mayor probabilidad de que salga un número mayor. Para esta finalidad se hacen las siguientes preguntas:

1. ¿Con qué números es más fácil ganar si se apuesta? ¿Por qué?
2. ¿Es más probable ganar si decido apostar con un número < o > a 7? ¿Por qué?
3. ¿Tendría la misma probabilidad de ganar con un 8 que con un 6? ¿Por qué?
4. La probabilidad de que en el primer lanzamiento tenga que colocar *case* es la misma de tener que poner *case* ¿Por qué?

Gracias a estas preguntas y a la intervención del profesor, se logrará el entendimiento de las formas de conteo de las sumas de las caras de los dos dados. Además, los alumnos podrán saber que es más conveniente apostar si en el primer lanzamiento sale un número menor a 7, ya que habrá mayor probabilidad de ganar. Esto se puede deducir gracias a la *hoja de conteo* que tendrán siempre con ellos, en donde contarán todos los resultados de los lanzamientos.

La *hoja de conteo* tiene la siguiente estructura:

Ilustración 7: "Hoja de Conteo"

Partida	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Gana
Total												

Esta *hoja de conteo* es un verificador de los resultados del fenómeno aleatorio (juego), ya que ayuda a saber cuáles son los números que salen con mayor frecuencia, y también que existe una distribución normal respecto a los demás números a partir del 7, es decir el 6 y el 8 tienen la misma probabilidad de salir, como el 5 y el 9, o el 12 y el 2 (Gorgas, Cardiel y Zamorano, 2011).

Momento 2: "Emociones Resultantes del juego"

En este momento se explicitan las emociones obtenidas por los estudiantes en el desarrollo del juego, por lo cual se proponen unas preguntas dirigidas a estos partícipes asociadas a los afectos como lo propone Gómez (2000). Esta sesión se debe desarrollar individualmente porque los sentimientos de cada personas son particulares, además el profesor debe recolectar evidencias en hojas individuales para su análisis.

Las preguntas hacia los alumnos son de cuatro naturalezas distintas:

***Los afectos hacia la matemática como sistema* regulador**

La palabra *regulador* se refiere al sistema regulador de la estructura del conocimiento del estudiante, es decir a su saber matemático, las preguntas son:

- ¿Qué es para ti aprender Matemáticas?
- ¿Qué es para ti saber Matemáticas?
- ¿Cuáles son tus sentimientos hacia las Matemáticas?
- ¿Qué piensan tus padres acerca de las Matemáticas?
- ¿Cómo fueron tus sentimientos hacia el juego?
- ¿Cómo son tus sentimientos hacia lo que aprendiste con el juego?

***Los afectos hacia la matemática como un* indicador**

Estas preguntas indican la perspectiva matemática en la que se sitúa el estudiante, sus emociones, y actitudes, las cuales constituyen un indicador afectivo de la situación de aprendizaje que de otra forma no sería observable:

- ¿Cuáles fueron tus actitudes al ganar y perder chaquiras?
- ¿Cuáles fueron tus emociones cuando sabías por cuál número apostar?
- ¿Cuáles fueron tus emociones al encontrar las formas en que salían los valores de los dos dados? (si las hallaste)

***Los afectos hacia la matemática como fuerzas de* inercia**

Las emociones, actitudes y creencias actúan como fuerzas impulsoras de la actividad matemática, pero también actúan como fuerzas resistentes al cambio.

- ¿Qué te disgustó del juego?
- ¿Te pareció correcta la manera de aprender con un juego?

Los afectos hacia la matemática como* vehículos *del conocimiento matemático

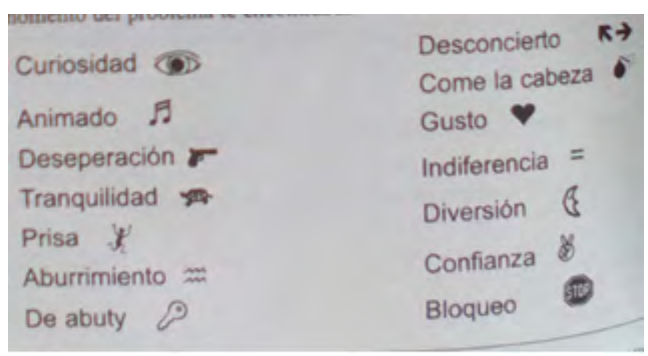
Tiene su origen en las actitudes del alumnado, los afectos son como vehículos que sirven para conducir o transmitir fácilmente el conocimiento matemático.

- ¿Consideras que se puede aprender jugando?
- ¿En qué momento sentiste que hubo más emociones negativas en lo que hiciste durante el juego? ¿Por qué?
- ¿En qué momento sentiste que hubo más emociones positivas por parte del profesor y tus compañeros? ¿Por qué?

Dada la anterior clasificación, se pueden obtener varios resultados que expresan las emociones manifestadas en el juego de la *Guayabita con dos dados*, además de la relación de éstas con el aprendizaje individual de los alumnos (cognitivo). Como se indicó al principio, el profesor es el encargado de la recolección de los datos, junto con la manifestación de las emociones en un *Mapa de Humor* individual el cual es ejemplificado por Gómez (2000). El *Mapa de Humor* es un *"instrumento icónico que, a imitación a los mapas de tiempo, establece un código para expresar diferentes reacciones emocionales experimentadas por el estudiante en el transcurso de la actividad matemática." (Pág. 110)*

De esta manera existen una serie de símbolos que expresan las emociones del estudiante por cada pregunta de manera cronológica según el orden de las preguntas, y que en su caso manifiestan gráficamente las emociones de los alumnos. Los símbolos son:

Ilustración 8: Simbología perteneciente al Mapa de Humor que se desarrolló en cada pregunta.



Sin embargo se espera que a medida que las emociones acá dadas no logren expresar perfectamente una emoción, estas se inventarán por los alumnos junto con su signo, de esta forma se establecerán nuevas emociones que ayuden a definir lo positivo y negativo del aprendizaje obtenido en el juego de la Guayabita. Sin embargo lo positivo y lo negativo es relativo, pero podríamos definir lo positivo como lo más cercano al amor, la felicidad, la paz, y lo negativo al egocentrismo, la rabia, la enemistad.

Es de esta forma que la recolección de datos será tan vital, porque apoya la tesis de que las emociones más positivas contribuyen a un buen aprendizaje, además que estas pueden encaminarse a la construcción de una sociedad más fraterna ya que, si se tienen actitudes de colaboración, respecto, afectividad, empatía, amor, entre otras, se tendrá emociones que ayudarán a que se contruya una sociedad más estable porque no habrían confrontamientos absurdos o egocentrismos marcados por un estatus social, o cualquier otra idea.

Momento 3: Institucionalización de las emociones con miras a lo social

Esta última parte de la actividad se centra en el espacio de institucionalización en el que se debe responder una pregunta acerca de las emociones obtenidas y analizadas, esto con el fin de utilizarlas como un enfoque de mejoramiento social y además utilizarlas como emociones políticas para el mejoramiento de la comunidad.

Acá se retoman los resultados obtenidos en las sesiones anteriores para poder manifestarlos a los estudiantes y a su vez poder concluir y dar una mirada a los comportamientos obtenidos en el juego, en torno a las emociones y al aprendizaje conseguido, además de indicar cómo estas emociones pueden, si son negativas, perjudicar a nuestros pares y a nosotros mismos. Es por dicha razón que se debe hablar de las emociones políticas (emociones éticamente correctas), las cuales incluyen emociones obtenidas en la actividad (como solidaridad, empatía, generosidad, humildad, respeto), las cuales ayudan a la construcción de una sociedad moralmente más estable, partiendo de la ética de cada individuo (como lo son los estudiantes) y dejando de lado el *egocentrismo* para empezar a pensar en el otro (altruismo).

La pregunta para los estudiantes es: ***¿Cuáles emociones que obtuviste durante el desarrollo del juego son clave para construir una mejor sociedad?***

Ciertamente, con la solución de esta interrogante, se pueden recolectar las emociones políticas más relevantes para dejarlas como clave para edificar una sociedad más estable. Nussbaum (2014) defiende el sentido de las emociones políticas ya que éstas son factores claves que se deben tener en cuenta para construir una sociedad decente; menciona que *“Todos los principios políticos, tanto los buenos como los malos, precisan para su materialización y su supervivencia de un apoyo emocional que les procure estabilidad a lo largo del tiempo y todas las sociedades decentes tienen que protegerse frente a la división y la jerarquización cultivando sentimientos apropiados de simpatía y amor.”*

Las emociones que se esperan de los alumnos son las siguientes:

- Confianza: Con los demás integrantes del grupo, sabiendo que no harán trampa o algo que no sea válido sin que los demás integrantes lo evidencien. Esto sirve en las comunidades para no estar dudando de todas las personas o sentir que todos nos pueden hacer daño. Además de confianza en sí mismo.
- Gusto: Buena actitud frente a cualquier situación, esto es indispensable en una comunidad porque es un pilar psicológico fuerte para cualquier caso.
- Colaboración: Ayudar a los demás si no entienden algo, además de no esperar algo a cambio por ese acto.
- Apoyo: Socorrer a las personas que lo necesitan, y brindarles lo que les falte. Se traduciría en la ciudad cuando se ayuda a las personas que no tienen algo que comer, o un techo.
- Paciencia: Tener calma interna. Todas las personas tienen ideas distintas, por lo que es bueno respetar la perspectiva de los demás y no ser impaciente ante alguna situación.
- Armonía: Lo que se refiere a un buen trabajo en equipo y a tener roles

específicos que ayuden al progreso grupal y particular.

- Empatía: Ponerse en el lugar del otro, para entenderlo y ayudarlo en lo que necesite.
- Resiliencia: Como la capacidad de adaptarse positivamente a cualquier situación, además de superarse, lo cual es muy importante en una sociedad.
- Felicidad: En lo que se dice, hace y piensa. Un factor importante para la convivencia e individualidad. Parte también del bienestar ético y moral por las buenas acciones realizadas.
- Gratitud: Hacia quien nos ha ayudado en cualquier situación, además de gratitud hacia nosotros mismos por tener buenas capacidades para afrontar los retos que nos surgen todos los días.
- Competitividad: Porque si no fuera por ella, no lograríamos superarnos en cada oportunidad.
- Amor: El pilar fundamental de todo y de todos, la emoción más fuerte entre los seres humanos y los seres vivos.

Evaluación

Esta será individual en torno a lo aprendido matemáticamente, junto con las emociones mostradas por los alumnos en el momento dos, gracias al Mapa de Humor. Por lo cual, la tabla evaluativa fue la siguiente:

Ilustración 9: Rúbrica Evaluativa del Proceso

	Niveles		
Criterio	***Bajo***	***Medio***	***Alto***
Reconoce los valores posibles de la suma de los números que se obtienen del lanzamiento de dos dados.	El alumno no reconoce explícitamente el espacio muestral del experimento aleatorio (juego).	El alumno reconoce explícitamente algunos valores del espacio muestral pertenecientes al experimento aleatorio (juego).	El alumno reconoce explícitamente el espacio muestral del experimento aleatorio (juego).
Saber el momento adecuado para apostar.	El alumno perdió constantemente en el juego. (El alumno no reconoce el momento en el que debe apostar)	El alumno ganó y perdió algunas veces en el juego, pero nunca quedo totalmente sin fichas o con todas las fichas. (El alumno identifica algunos números con los que debe apostar, otros aún no)	El alumno ganó constantemente en el juego. (El alumno reconoce el momento en el que debe apostar)
En torno a las emociones como sistema regulador, indicador, inercia y vehículo de conocimiento.	Las emociones encontradas en el alumno no ayudaron a que hubiera un progreso cognitivo en él.	Algunas emociones encontradas en el alumno contribuyeron a su progreso cognitivo.	Las emociones encontradas en el alumno ayudaron a que hubiera un progreso cognitivo en él.

De esta forma se puede realizar el seguimiento individual del alumnado en torno a su desarrollo cognitivo, y a sus manifestaciones emocionales.

Conclusiones

Las emociones de cada persona son un factor muy importante para el desarrollo cognitivo de ellas, éstas manifiestan reacciones que, si son positivas, contribuyen a que el aprendizaje sea más ameno y así, se logrará construir un conocimiento relevante para éste (agregando el proceso de acomodación de conocimientos), además porque ciertas acciones que nos son más relevantes, son aquellas que en nosotros han dejado una huella emocional. De esta forma, el juego es una muy buena herramienta que contribuye a un aprendizaje más significativo.

No obstante, las emociones no solo deben ser enfocadas a la construcción del conocimiento, sino a que se pueda generar una sociedad más estable con unos principios éticos y morales importantes, los cuales puedan contribuir a un mejoramiento social y cultural que ayude a la construcción de un conocimiento significativo. Es acá donde entran las emociones políticas que son muy importantes para dicha finalidad colectiva, porque siempre se tendrá presente que la unión hace la fuerza.

Por otra parte, es posible afirmar que las emociones son un detonante para que la transmisión de conocimiento sea positiva y si no lo es, se pueda mejorar; además porque las mismas emociones se van puliendo en trabajos cooperativos, por lo que es muy necesario el trabajo en equipo en las aulas de clase para que exista dicha reestructuración de emociones que da paso al desenvolvimiento de éstas en la sociedad; por ello, deben primar las emociones positivas. Aunque, por otra parte, las negativas son igualmente importantes, esto dado a que sin ellas, no nos daríamos cuenta lo valiosas que son las positivas.

El proceso emocional es muy complejo, porque muchas veces resulta ser variable, es decir, a veces se está contento y otras veces no. Esto se pudo evidenciar en el mapa de humor de varios de los alumnos, lo cual muestra que las emociones de cada individuo pueden tener unos saltos drásticos, de esa forma hay que considerar la mayoría de las regularidades emocionales de cada individuo. Lo anterior quiere decir que, priman las emociones que más han manifestado, respecto a las que han tenido.

Sin embargo, lo anterior indica que hay varios factores que influyen en el sentirse bien o mal, en algunas ocasiones es por el entorno y en otras por los pensamientos individuales, los cuales hacen que la perspectiva de las cosas cambie también. Por ejemplo, ahora el individuo está bien, pero se acordó de algo trágico que pasó hace un año y por ello cambia su energía y sus emociones, aunque si después se acuerda que está en una actividad que le gusta, de nuevo se siente bien . Las emociones pueden en algunas ocasiones ser muy inconstantes.

Casi todas las emociones de los alumnos con respecto a un juego apuntan a ser totalmente positivas, entendiéndose como que se necesitan más para poder tener una armonía en la convivencia social (una sana convivencia política). No obstante, es importante resaltar la emoción de competitividad porque a pesar que es una emoción aparentemente “mala” puede ayudar al avance de la sociedad, ya que es algo que nos hace ser exigentes y superarnos.

Los factores externos muchas veces son demasiado fuertes para las emociones, por ejemplo, si el papá dice que las matemáticas son divertidas, así las verá el estudiante y viceversa. Es muy pertinente que cada uno como ser pensante, reflexione acerca de las cosas que gustan o no; es decir, pensar que si al papá no le gusta esto, porqué a al estudiante le tiene que disgustar también. Es por eso que hay una invitación para que haya un pensamiento crítico y un criterio propio en todos los partícipes de la sociedad.

La utilización del Mapa de Humor es muy pertinente ya que así se logra obtener las emociones de cada individuo de forma cronológica, se puede saber qué le sucedió a este en la actividad. No obstante, como existen bastantes emociones, es pertinente dejar que los alumnos creen sus propios símbolos de emociones distintas para poder describir mejor sus relaciones y así tener un proceso más detallado, siempre es conveniente dejar a las personas que fluyan, y que no se esquematicen.

Es muy importante que la enseñanza matemática se salga de los parámetros del tablero, porque lo que se necesita es que los alumnos se relacionen muy cerca con la matemática y puedan ser parte de ella, además de entenderla para poder avanzar. De la misma forma se entiende que esa actitud hacia lo diferente, ayuda a que las emociones de curiosidad se intensifiquen, y que a su vez cuando se está en el juego, se tienda a tener emociones de felicidad por lo premios obtenidos, pero también tristeza por los perdidos, es por ello que se identifica que las emociones positivas y negativas hacen parte del diario vivir, y que es bueno poder observarlas y no ignorarlas, porque así no podríamos avanzar para ser la mejor versión de nosotros mismos, es por ello que es indispensable hacer una observación de lo que sentimos.

Por último, se puede señalar que el aprendizaje se viene midiendo por los logros académicos de los aspectos cognitivos, lo que comúnmente se llama la nota, de esta forma, al reconocer que los resultados afectivos, procedentes de la metacognición y dimensión afectiva del individuo, determinan la calidad del aprendizaje, entonces es muy importante que se pueda lograr tener *Inteligencia Emocional*, la cual involucra la habilidad para manejar nuestros propios sentimientos y los sentimientos de otros, y así podríamos tener empatía y entendimiento y poder avanzar como una sociedad conjunta, y que entiende sus diferencias, y que puede crecer intelectualmente.

Referencias

Castellanos, J, & Martínez, C. (2017). *Una secuencia didáctica para la enseñanza de la Probabilidad por medio del juego Guayabita* (tesis de pregrado). Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá D.C, Colombia.

Fernández, J. & Rodríguez, M. (1997). *Juegos y pasatiempos para la enseñanza de la matemática elemental*. Madrid: Síntesis.

Flores, P. & Llinares, S. (2001). *Didáctica de la matemática en educación primaria*. Madrid: Síntesis.

Gómez, I. (2000). *Matemática emocional*. Los afectos en el aprendizaje matemático. Madrid: Narcea.

Gorgas, J.; Cardiel, N. & Zamorano, J. (2011). *Estadística Básica para Estudiantes de Ciencias*. Madrid.

Latorre, A. (2005). *La investigación-acción conocer y cambiar la práctica educativa*. Barcelona: Graó.

Lewin, K. (1946). Action research and minority problems. *Journal of Social Issues,* 2, pp. 34-46.

Morin, E. (2006). *El método. Ética*. Madrid: Editorial Cátedra.

Nussbaum, M. (2014). *Las emociones políticas ¿Por qué el amor es importante para la justicia?* México D.F.: Paidós.

Wilhelmi, M. (2004). *Combinatoria y Probabilidad*. Granada: Universidad de Granada.

Revista Internacional de Aprendizaje en Ciencia, Matemáticas y Tecnología, 7(1), 2020, ISSN 2386-8791
 DOI: https://doi.org/10.37467/gka-revedumat.v7.2571

CARACTERÍSTICAS DE LA FORMACIÓN INICIAL DE LA LICENCIATURA EN BIOLOGÍA Y LA PRÁCTICA DOCENTE DE LA UPN

Characteristics of the Initial Training of the Degree in Biology and the Teaching Practice of the UPN

MÓNICA LILIANA PERALTA RODRÍGUEZ

Universidad de Salamanca, Colombia

KEY WORDS

Training
Initial
Project
Curricular
Practice
Teacher
Biology

ABSTRACT

This article presents some results on the research that characterizes the initial training of the Bachelor of Biology at the Universidad Pedagógica Nacional, the development of teaching practice and its perception, in a group of students. A mixed methodology was designed bearing in mind Resolution 185835 of 2017 that guides the operation of Bachelor's Degrees in Colombia. The research concludes that there is an articulation of the disciplinary, pedagogical and didactic components, that the teaching practice begins in the foundation cycle and ends with a pedagogical project and mentions the challenges that this group faced in their teaching practice.

PALABRAS CLAVE

Formación
Inicial
Proyecto
Curricular
Práctica
Docente
Biología

RESUMEN

Este artículo expone algunos resultados sobre una investigación que caracteriza la formación inicial de la Licenciatura en Biología de la Universidad Pedagógica Nacional, el desarrollo de la práctica docente y su percepción, en un grupo de estudiantes. Se diseñó una metodología mixta teniendo presente la Resolución 185835 de 2017 que orienta el funcionamiento de las Licenciaturas en Colombia. La investigación concluye que existe articulación de los componentes disciplinar, pedagógico y didáctico, que la práctica docente inicia en el ciclo de fundamentación y finaliza con un proyecto pedagógico y menciona los retos que enfrentó este grupo en su práctica docente.

Recibido: 27/06/2020
Aceptado: 10/10/2020

1. Introducción

A nivel mundial se realizan numerosas investigaciones sobre la calidad de la educación relacionadas directamente con la formación docente, (Bolivar,2019, p.12). Los programas iniciales de formación hacen especial énfasis en la práctica pedagógica y en la práctica docente que buscan evidenciar básicamente la articulación de los componentes disciplinar, pedagógico y didáctico preparándolos para el posterior ejercicio de su profesión. De la misma forma en Colombia, el último Plan Nacional Decenal de Educación, PNDE, 2016-2026; menciona como desafío estratégico la construcción de una política pública de formación docente destacando la importancia de la calidad de la formación inicial y el fortalecimiento de la práctica pedagógica, (PNDE, 2016-2026, p. 45).

De acuerdo con lo anterior, para realizar la investigación, se selecciona la Universidad Pedagógica Nacional, UPN, como entidad de carácter oficial con amplia experiencia en Colombia como “formadora de formadores”. La investigación describe el Proyecto Curricular de la Licenciatura en Biología, PCLB, para mostrar sus características más importantes.

Inicialmente se hace una revisión de la orientación de los componentes, los conceptos de la práctica pedagógica, educativa y la práctica docente, de acuerdo con la Resolución 185835 de 2017 del Ministerio de Educación Nacional, MEN, “por la cual se ajustan las características específicas de calidad de los programas de Licenciatura para la obtención, renovación o modificación del registro calificado, y se deroga la Resolución 2041 de 2016”[1].

Posteriormente, se mencionan las características más importantes del PCLB, cómo se desarrolla la práctica docente II y su evaluación. Así mismo, la investigación muestra, a través de una metodología mixta, los resultados obtenidos en la aplicación de una encuesta con unos ítems, que se realiza en un grupo de estudiantes de práctica docente II, así como algunas conclusiones y sugerencias resultantes en la investigación.

[1] El registro calificado hace referencia a los requisitos mínimos que deben tener todas las facultades de educación del país para la prestación del servicio.

2. Componentes según la Resolución 185835 de 2017 del MEN

A la fecha en Colombia, para el ofrecimiento, funcionamiento y prestación del servicio de las facultades de Educación que preparan a los futuros licenciados, se tiene como marco de referencia la Resolución 185835 de 2017 del MEN, la cual estructura la formación inicial docente y el desarrollo autónomo de cuatro componentes que son: de fundamentos generales, de saberes específicos y disciplinares, de pedagogía y de didáctica de las disciplinas.

En el primero de ellos, el componente de fundamentos generales, se abordan habilidades comunicativas, la investigación y el manejo de una segunda lengua, así como habilidades matemáticas, razonamiento cuantitativo, formación en ciudadanía y uso pedagógico de las TIC's.

El componente de saberes específicos y disciplinares presenta los fundamentos conceptuales y disciplinares del campo o área en que se desempeña el licenciado. Además, lo prepara para investigar, innovar, profundizar de forma autónoma en el conocimiento de dichos fundamentos y en el desarrollo de actitudes y disposiciones frente al trabajo académico y la formación permanente.

En cuanto al componente de pedagogía, éste hace referencia a emplear conocimientos pedagógicos que permitan crear ambientes para la formación integral, el aprendizaje y la evaluación, comprendiendo el contexto, las características físicas, intelectuales y socioculturales de los estudiantes a partir del reconocimiento de sus particularidades, que hace posible establecer lo que se debe y se puede enseñar.

En la misma línea, el componente de didáctica de las disciplinas se refiere a la capacidad para aprehender y apropiar el contenido disciplinar desde la perspectiva de enseñarlo y reconocer dónde se encuentran las mayores dificultades para lograrlo, saber cómo utilizar estrategias y prácticas y conocer cómo evaluar los aprendizajes concretos desarrollados, lo cual implica que en sus prácticas pedagógicas se apropie, investigue y trabaje en proyectos transversales.

Según esta resolución, la práctica pedagógica se entiende como: “…el proceso de formación, conceptualización, observación, transposición, interacción o intervención, investigación, innovación y experimentación en escenarios escolares. En ella se reconocen la observación, la inmersión y la investigación, como ejercicios a partir de los cuales el futuro docente se apropia y comprende el sentido formativo de los escenarios propios del desempeño profesional…". Además, en los planes de estudio debe haber un aumento gradual de la práctica a medida que se avanza hasta llegar a la práctica docente, culminando esta formación.

Con respecto a la práctica educativa, expresa que es un "…proceso de formación, conceptualización, investigación e intervención adelantadas en múltiples contextos socioculturales y con diversos grupos poblacionales". En tanto que la práctica docente se entiende como la acción directa para comprender y reconocer las diversas dinámicas que ocurren dentro del aula, unida a la formación y a la disciplina que se enseña.

3. Características del PCLB de la UPN

La Licenciatura se imparte desde el Departamento de Biología que hace parte de la facultad de Ciencia y Tecnología de la UPN.

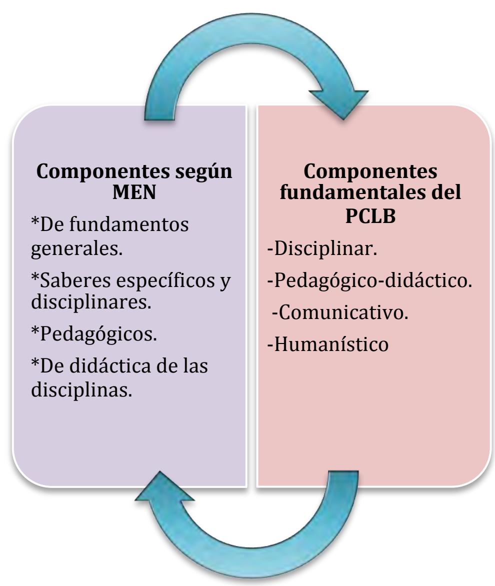
El PCLB, está formado por dos ciclos, uno de fundamentación y otro de profundización; a su vez, cada ciclo está conformado por ejes curriculares o semestres. Un eje curricular se define como temas-problemas derivados del desarrollo científico, tecnológico, cultural y político que se relaciona con la formación del profesional de la educación y se estudia en un semestre o período académico. Cada eje curricular o semestre está integrado por un componente con sus respectivas asignaturas y créditos.

Al interior de cada eje se trabaja integralmente, siendo fundamental la identificación y resolución de un problema. Por lo tanto, el mencionado objeto de estudio está estructurado en Núcleos Integradores de Problemas, NIPs, que orientan la formación en el programa. Se estima conveniente nominar a cada eje curricular de tal forma que el tema nuclear orientador sea claramente definido y determine el qué o sobre qué aspectos trabajar, permitiendo a cada equipo (estudiantes y maestros) la organización y metodología de trabajo adecuadas para su desarrollo. Dichos NIPs se inician desde primer semestre y han venido cambiando a lo largo del tiempo, porque los problemas, las preguntas del contexto, la realidad del país y del mundo no son estáticas, (Castaño,2018, comunicación personal).

En cada eje curricular o semestre de esta licenciatura se diferencian cuatro componentes fundamentales que son: el disciplinar, el pedagógico-didáctico, el comunicativo y el humanístico. En la figura 1 se muestra la semejanza entre los componentes de la resolución de 2017, según el MEN y los del PCLB. Cada eje curricular se articula con el anterior, siendo uno prerrequisito del otro, para seguir avanzando en la formación docente, (U.P.N. Documento de Referencia–Proyecto Curricular Licenciatura en Biología, 2000.).

La unión de los dos ciclos, con sus diez ejes curriculares o semestres y de los cuatro componentes es posible a través de un trabajo colaborativo e interdisciplinar entre los ambientes de formación en cada semestre y, como ya se mencionó, tienen un objeto de estudio particular. (Valbuena, 2017 comunicación personal y Hernández, 2017, comunicación personal).

Figura 1. Semejanza entre los componentes según la Resolución 185835 de 2017 del MEN y los componentes fundamentales del Proyecto curricular de la Licenciatura en Biología, PCLB de la Universidad Pedagógica Nacional.



Fuente: Elaboración propia.

3.1. El ciclo de fundamentación

Este ciclo es común para todos los estudiantes y, desde esta perspectiva, se considera necesario, que el estudiante tenga contacto directo con la Institución Educativa, IE desde el primer semestre. Esta inmersión temprana le permite observar la realidad, la identidad y el contexto del entorno educativo realizando ejercicios prácticos.

Desde V semestre se aborda la formación en metodología investigativa mediante la formulación de una unidad didáctica o proyecto pedagógico, donde se muestra y vivencia una situación escolar particular, para la cual el estudiante diseña, elabora y aplica material didáctico que lo prepara para el ciclo de profundización que inicia en VII semestre,

En la tabla 1, se muestran los seis primeros ejes curriculares o semestres del ciclo de fundamentación con sus respectivas asignaturas que articulan los componentes disciplinares, pedagógico-didácticos, comunicativos y humanísticos (Hernández, 2017, comunicación personal, Valbuena, 2017, comunicación personal y Castaño, 2019, comunicación personal).

Tabla 1. Ciclo de Fundamentación del PCLB.

Eje curricular o semestre	Asignaturas que articulan los componentes
Identidad y Contexto	Introducción a la docencia
	Introducción a la biología
	Química
	Lengua Materna
	Matemáticas 1
	Filosofía
Crecimiento y Desarrollo	Organismo
	Lenguaje y semiótica
	Química orgánica
	Matemáticas 2
	Física
	Corrientes pedagógicas en Colombia
Diversidad	Diversidad biológica I
	Diversidad cultural
	Física 2
	Desarrollo cognitivo y aprendizaje
	Química analítica
	Estadística Paramétrica
Organización	Diversidad biológica II
	Bioquímica
	Biofísica
	Estadística no Paramétrica
	Enseñanza de la biología en Colombia
	Team Teaching I
Dinámica y Mantenimiento de los Sistemas	Autorregulación y continuidad
	Pedagogía y Didáctica
	Métodos de investigación en educ.
	Fisicoquímica
	Team Teaching II
	Políticas y legislación en Colombia
Interacción	Adaptación
	Seminario de evolución
	Ambiente y cultura
	Ética
	Pedagogía y Didáctica 2

Fuente: Tomado y adaptado de: http://cienciaytecnologia.pedagogica.edu.co/vercontenido.php?idp=373&idh=374&idn=10007

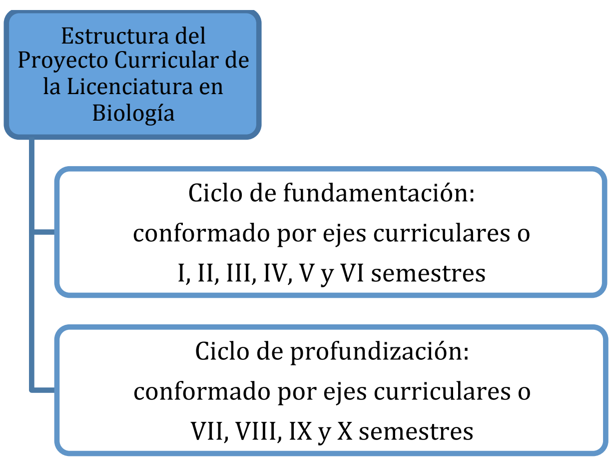
3.2 El Ciclo de profundización

Es particular a cada estudiante, las asignaturas obligatorias en este ciclo se pueden cursar a partir de VII y hasta X semestre, según la necesidad del estudiante, evidenciando la flexibilidad en este ciclo. Además, se escogen asignaturas electivas que apoyan la práctica docente y el trabajo de grado, (Hernández, 2017, comunicación personal y Castaño,2019, comunicación personal).

En este ciclo se realizan una serie de seminarios de investigación, para apoyar el desarrollo de la práctica docente de los estudiantes de esta licenciatura; así como la revisión de antecedentes, conceptualización y planteamiento de un problema para la realización de la investigación para su trabajo de grado. Estos seminarios permiten que los estudiantes se gradúen más rápido, al fortalecer el diseño y ejecución de este trabajo, (Valbuena, 2017, comunicación personal y Hernández, 2017, comunicación personal).

En la actualidad, en la licenciatura en Biología se están realizado cambios promovidos por la aplicación de la normatividad del MEN, con respecto a la Resolución 18583 de 2017, como el aumento de horas de la práctica pedagógica, que busca fortalecer aún más la línea de trabajo del componente pedagógico-didáctico, (Valbuena, 2017, comunicación personal). En la figura 2, se observa la estructura general del PCLB.

Figura 2. Estructura del Proyecto Curricular de la Licenciatura en Biología, PCLB de la Universidad Pedagógica Nacional.



Fuente: Elaboración propia.

De otra parte, en la tabla 2, se muestran los cuatro ejes curriculares o semestres del ciclo de profundización con sus respectivas asignaturas obligatorias, las líneas de investigación, los seminarios de investigación para la práctica y las asignaturas electivas que articulan los componentes ya mencionados.

Tabla 2. Ciclo de Profundización del PCLB.

Eje Curricular o semestre	Asignaturas que articulan los componentes	
Obligatorios comunes a todos los estudiantes	Sistemas microbianos	
	Biología de la conservación	
	Gestión educativa	
	Ecología de poblaciones	
	Biología y conocimiento	
	Fisiología humana	
	Biología molecular	
	Educación ambiental	
Práctica Pedagógica y Didáctica	Práctica I	
	Práctica II	
*Líneas de investigación	Ecología colombiana. Calidad de vida. Biotecnología y educación. Biología de la conservación.	Obligatorio uno
		Obligatorio dos
		Electivos
Electivos Disciplinares	Ofrecidos por cualquiera de los programas de la Facultad de Ciencia y Tecnología	
Electivos todo programa	Cursos ofrecidos por cualquier Facultad	
Trabajo de Grado	Seminario de investigación	
	Trabajo de grado	

* Los estudiantes seleccionan los cursos a partir de la oferta que hace cada línea, se muestran solo algunas.

Teniendo en cuenta lo anterior, los 160 créditos del plan de estudios están distribuidos de la siguiente manera:

96 Fundamentación
52 Profundización
6 Electivos disciplinares
6 Electivos todo programa

Tomado y adaptado de: http://cienciaytecnologia.pedagogica.edu.co/vercontenido.php?idp=373&idh=374&idn=10007

4. Desarrollo de la práctica docente de la Licenciatura en Biología

Esta práctica comienza desde primer semestre, en el ciclo de fundamentación, con la formulación de preguntas problema, relacionadas con el contexto escolar. Para lo anterior, se inicia con el desarrollo de habilidades como: observar y describir, para generar dichas preguntas.

Luego, en el eje curricular dos, o II semestre, los futuros licenciados indagan sobre la concepción que tienen los estudiantes de la IE sobre el crecimiento y desarrollo de un organismo. Posteriormente, describen el ciclo de vida y elaboran actividades programadas para la escuela, aproximándose a la conceptualización para el proceso de enseñanza y aprendizaje en la IE.

En el eje curricular tres o III semestre, abordan la diversidad de los organismos centrada en diferentes niveles y sus entornos educativos actuales, realizando ejercicios fundamentales de caracterización de la diversidad biológica, de cómo se enseña, cómo se aprende y qué estrategias son las adecuadas para llevar a cabo en la IE, para el desarrollo de este tema.

Después, en IV semestre para ver la diversidad biológica del pasado, se realizan estudios paleontológicos haciendo una identificación de fósiles y de la comunidad educativa del lugar donde se lleva a cabo la práctica. Los estudiantes deben realizar el diseño de una clase de Biología, en el contexto del sitio correspondiente, con los contenidos pertinentes de acuerdo con sus características particulares, (Valbuena, 2017, comunicación personal).

Dando continuidad a la autorregulación de los organismos y de las organizaciones sociales, en V semestre, se hace especial énfasis en la autorregulación de la escuela a través de actividades como la caracterización de situaciones que la conservan y desestabilizan y las respuestas pertinentes para adaptarse a las diferentes situaciones.

Posteriormente, en el eje curricular llamado interacción o VI semestre, se analiza la relación del ambiente, los organismos en sus dimensiones biológicas y sociales, propias de la cultura escolar y los obstáculos que impiden el aprendizaje, lo cual, se presenta con mayor complejidad, posibilitando la reflexión sobre la práctica pedagógica, educativa y la investigación. Al finalizar este ciclo y semestre, el estudiante debe presentar su unidad didáctica o proyecto pedagógico, ya que, ha experimentado la realidad escolar en este primer ciclo de fundamentación, (Castaño, 2018, comunicación personal).

Con este proyecto se pretende que los estudiantes realicen un recuento de las experiencias vividas en la IE como elementos base para poner a prueba en su práctica docente, (Delgadillo, 2020, comunicación personal).

Comenzando el ciclo de profundización en VII semestre, generalmente el estudiante da inicio a su práctica docente I y, en VIII, finaliza la práctica docente II. Para dar comienzo a esta práctica el futuro licenciado identifica las líneas de investigación ofrecidas para desarrollar su proyecto pedagógico; algunas de estas líneas son Biotecnología y Educación, Biología de la Conservación, Salud para la Calidad de Vida, Ecología Colombiana y Conocimiento Profesional del Profesor de Ciencias; de las cuales se derivan múltiples temáticas de investigación.

De acuerdo con la línea seleccionada, el estudiante solicita al Coordinador de Práctica Docente que le nombre un tutor-asesor de esta línea, quien continuamente se comunica con el estudiante. Este tutor-asesor recibe los trabajos propuestos, está atento a los comentarios, dudas y dificultades que surjan y hace el seguimiento de cómo asume el estudiante su práctica docente para orientarlo, (Hernández, 2017 comunicación personal). Además, existe un Coordinador de la línea de Investigación quien se encarga de presentar formalmente al estudiante ante la IE elegida, estableciéndose un acta de inicio y compromiso de la práctica docente I y II. Por ejemplo, si al estudiante le interesa la línea de Biotecnología, el Coordinador de Práctica Docente buscará al tutor-asesor en esta línea y una IE donde pueda desarrollar su práctica en Biotecnología, para profundizar y trabajar en su proyecto pedagógico durante un año (Medellín, 2020, comunicación personal).

Con respecto a lo anterior, se establecen mínimo tres visitas; una al inicio, otra en la mitad y una al final de la práctica. Lo anterior, para la práctica docente I y para la práctica docente II, mostrando una constante interacción comunicativa para registrar el progreso del estudiante entre el Coordinador de la línea, el tutor-asesor, el docente titular de la IE y el estudiante de práctica docente.

Para apoyar este avance, se tienen programados ocho seminarios de práctica docente cada 15 días, con una duración de dos horas cada uno y de asistencia obligatoria. En estos espacios se encuentran los estudiantes de práctica I y II, con el propósito de socializar y retroalimentar aún más la práctica, donde se discute cómo va su progreso aportando a la formación y a la investigación pedagógica; favoreciendo también, a través de la narración de sus experiencias, la práctica reflexiva, (Binks, Smith, Smith y Joshi, 2009, p.149). Paralelo al desarrollo de su práctica, las asignaturas obligatorias y electivas seleccionadas por el estudiante, pretenden reforzar las habilidades que se encuentran inmersas en ésta. A manera de ejemplo, en la asignatura Biología de la conservación, se busca:

— En VII semestre: desarrollar competencias para identificar y analizar los conocimientos populares de una comunidad, con el fin de establecer relaciones.
— En VIII semestre: elaborar estrategias pedagógicas que articulen la pedagogía y la didáctica y que indiquen la educabilidad de un grupo comunitario para la conservación de especies de su entorno.
— En IX semestre: trabajar en el componente disciplinar y pedagógico para el desarrollo sostenible de la diversidad en la comunidad, teniendo presente los valores científicos, educativos y éticos.
— En X semestre: caracterizar acciones alrededor de la biodiversidad, enfatizando la escuela como centro de conservación sostenible de las especies de su entorno y, observar el progreso del componente comunicativo, humanístico y el compromiso institucional de generar conocimiento científico, pedagógico relacionado con la cultura y el contexto nacional.

De esta forma, al comenzar la práctica docente, el estudiante va desarrollando un proyecto pedagógico el cual debe ser secuencial y coherente con una inmersión en el entorno escolar. Al terminar la práctica II el estudiante debe tener la información necesaria para la elaboración y presentación de su trabajo de grado, que frecuentemente se desarrolla en IX y X semestres. Un alto porcentaje de los trabajos de grado de este proyecto curricular se realizan articulando el componente disciplinar y pedagógico-didáctico, aunque también se pueden presentar trabajos que contemplen solo uno de estos componentes (Delgadillo, 2020, comunicación personal).

Con respecto a los sitios donde se llevan a cabo las prácticas docentes, la gran mayoría son instituciones estatales que pertenecen a la Secretaría de Educación del Distrito de Bogotá, SED y a municipios aledaños del departamento de Cundinamarca, debiendo existir un convenio ratificado en la resolución de 2017 del MEN, entre la Licenciatura de Biología de la UPN y las instituciones que solicitan el servicio de práctica.

Con relación a la evaluación de las prácticas docentes, ésta se revisa continuamente y es consensuada por el Comité de Práctica, teniendo presentes las observaciones de todos los agentes implicados y dando especial atención a los docentes titulares de las IEs donde se realizan. Al final de la práctica, se hace un informe que se registra en un formato en el cual se relaciona el seguimiento de la práctica, con el propósito de obtener una evaluación cuantitativa, teniendo en cuenta los sujetos de evaluación para permitir una autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación, (Hernández, 2017, comunicación personal y Gómez, 2020, comunicación personal). Ésta evaluación tiene presentes los componentes fundamentales del PCLB como el disciplinar, el pedagógico-didáctico, el comunicativo y el humanístico, dando valoración especialmente, a las siguientes competencias:

— El desempeño inicial para enseñar como futuro profesional de la docencia en Biología, a través de un seguimiento del progreso en la práctica docente.
— Las relaciones interpersonales en las instituciones, con todos los actores de su práctica.
— La articulación e impacto de su proyecto pedagógico con la línea de investigación seleccionada, llevada al contexto de la IE, la creatividad, los cambios producidos en su proyecto, los contenidos disciplinares y la investigación pedagógica que lo llevó a la reflexión como consecuencia de la realidad escolar vivida.

5. Metodología

Para esta investigación se diseña y desarrolla una metodología mixta, que tiene como referencia la Resolución 185835 de 2017 del MEN. Inicialmente, para este estudio, se revisa el

Documento de Referencia del Proyecto Curricular y la página *web* institucional de la licenciatura en Biología. En un segundo momento, se realiza una serie de entrevistas al Director del Departamento de Biología, al Coordinador Académico y a docentes de Biología; con el propósito de establecer cómo se lleva a cabo la formación inicial docente y qué aspectos la caracterizan. Luego, en un tercer momento se llevan a cabo entrevistas al Coordinador de Práctica Docente, a docentes encargados del seminario de práctica, a docentes Coordinadores de Grupos de Investigación de esta licenciatura y a docentes titulares de Biología de la Escuela Normal Superior, ENS, María Montessori, en donde el grupo encuestado realiza la inmersión, a partir de lo cual, se determina cómo se desarrolla la práctica docente.

Posteriormente, en un cuarto momento, se procede a diseñar la encuesta de percepción para aplicarla al grupo mencionado, conformado por 30 estudiantes de práctica docente II de Biología, (equivalente al 75%). Para este diseño, se identifican algunas experiencias del desarrollo de un seminario de práctica de una de las líneas de investigación y, se realizan entrevistas a los estudiantes de práctica I y II. Esta encuesta se estructura a partir de una escala de ítems (temáticas), la cual es revisada con antelación, por pares académicos, para su posterior aplicación (Ramírez, 2016, p.191-192), e incluye los principales aspectos de los cuatro componentes que deben orientar la formación de un educador en Colombia. En cuanto a las situaciones mencionadas en la encuesta, se busca tener una percepción sobre el desarrollo de la práctica docente *in situ* adelantado por este grupo de estudiantes, con el propósito de evidenciar sus retos y fortalezas en su desempeño como futuros profesores de Biología.

6. Resultados

A Continuación, en primer lugar, se presentan los resultados de la encuesta en las temáticas generales, en las cuales los encuestados pueden escoger entre varias opciones de respuesta. Seguidamente, se condensan los resultados de las situaciones que se estructuran para escoger solo una respuesta, mostrando las que no representaron dificultad y posteriormente las que sí. Ver tabla 3, Situaciones de la práctica docente.

6.1. Temáticas

Documentos de Referencia para la planeación de clases de la práctica docente

En esta temática se enuncian documentos de referencia nacional y otros que se pueden revisar para realizar los planes de estudio del área de Biología y del aula[2], ofrecidos por el MEN.

De acuerdo con lo anterior, el 73% (22) de los encuestados emplea los lineamientos del área, el 40% (12) los Estándares Básicos de Competencias (EBC), el 50% (15) los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), el 53% (16) las Mallas Curriculares y el 90% (27), la planeación de la institución donde realizan la práctica docente. En cuanto a los DBA el 70% (21) lo utiliza más que los EBC, y diferencian que se utilizan para identificar los saberes básicos en los diferentes grados escolares (primaria y secundaria). Con respecto a la coherencia vertical de los EBC, solo el 17% (6) tiene claridad sobre esta coherencia.

Interdisciplinariedad

El 50% (15), casi siempre planea sus clases transversales con otras áreas del saber.

Metodología de las clases

El 73% (22) emplea la experimentación que es propia del área de Biología, seguido del Aprendizaje Basado en Problemas, ABP, equivalente al 36% (11). Solo el 10% (3) utiliza metodologías innovadoras como el aula invertida 10% (3) y la gamificación 13% (4).

Recursos didácticos

El 80% (24), realiza experiencias de laboratorio, el 73% (22) elabora guías, el 83% (25) talleres-lecturas, uso de TICs el 86% (26) y exposiciones el 80% (24). La utilización de modelos solo el 3% (1).

[2] Guía de fortalecimiento curricular del MEN.

Apoyo para realizar la práctica docente en la IE

Todos los estudiantes tienen una inducción previa de la facultad o de la IE, sin embargo, un 30% (9) considera que es insuficiente.

Metodología STEM

En la actualidad, la educación STEM por sus siglas en Inglés, Ciencia, Tecnología, Ingeniería, y Matemáticas; se desarrolla para la enseñanza de las ciencias, no obstante, el 86% (25) menciona no saber sobre esta metodología o educación.

Futuro profesional

El 63% (19) considera importante, a mediano plazo, continuar con su formación permanente para realizar estudios de postgrado.

6.2. Situaciones

Con respecto a las situaciones 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 13, 14, 16, 17, 19, 20 y 21; relacionadas con el trabajo dentro del aula como planeación, desarrollo de clases y valoración de su trabajo; más del 66% de los estudiantes (≥20), manifiesta no tener ningún problema.

Lo anterior se diferencia de las situaciones 3, 11 y 12, donde sobresale que el 36% (11) presenta dificultad, para abordar las diferencias individuales de los estudiantes en el aula, al contar con pocos textos, fotocopias, computadores y tabletas para hacer trabajo colaborativo y realizar la práctica docente, con más de 30 estudiantes en un curso. En la situación 18, el 43% (13) dice tener inconveniente en enfrentar la realidad escolar, en la situación 10, el 50% (15) cuenta con escaso material para llevar a cabo las prácticas de laboratorio y en la situación 15, el 56% (17), menciona tener tiempo insuficiente para el desarrollo de la práctica docente por las dinámicas que se llevan a cabo en el interior de la IE. En la tabla 3, se especifícan las 21 situaciones seleccionadas.

Tabla 3. Situaciones de la práctica docente

SITUACIONES
1. Lograr motivar a los estudiantes.
2. Mantener la disciplina en el aula.
3. Abordar las diferencias individuales de los estudiantes.
4. Solucionar conflictos entre estudiantes.
5. Seguir el conducto regular al identificar un estudiante con dificultades de aprendizaje o convivencia.
6. Planear las clases.
7. Preparar las clases según el contexto del grupo.
8. Desarrollar la clase.
9. Poner en práctica su(s) estrategia(s) de enseñanza.
10. Contar con poco o ningún material para desarrollar prácticas de laboratorio en la IE.
11. Tener poco o ningún material para desarrollar trabajo colaborativo como: fotocopias, textos, computadores, tabletas, (uso de TICs).
12. Desarrollar su práctica cuando hay más de 30 estudiantes por curso.
13. Colaborar en flexibilizar el currículo a Estudiantes con Necesidades Educativas Especiales (NEE).
14.Realizar una clase diferente al área de formación.
15. Tener tiempo insuficiente para desarrollar las prácticas por actividades como izadas de bandera, simulacros, paros, etc.
16. Identificar algunos aspectos importantes del Manual de Convivencia de la IE.
17. Evaluar los logros de los estudiantes.
18. Enfrentar la realidad escolar.
19. Recibir poca valoración de los estudiantes al momento de realizar sus prácticas.
20. Establecer una relación de trabajo colaborativo para la enseñanza con el titular del área de la IE.
21.Tener una relación cordial con otros docentes y administrativos.

Fuente: Adaptada de Ramírez, 2016.

7. Conclusiones

El PCLB de la UPN se caracteriza por estar estructurado en dos ciclos, uno de fundamentación y otro de profundización, articulados entre sí en la integralidad, la complejidad y en preparar a los futuros docentes con una perspectiva crítico-social. Así mismo, se evidencia la semejanza y relación entre los componentes de la Resolución 185835 de 2017 del MEN y los componentes del proyecto curricular de esta licenciatura.

Con respecto al desarrollo de la práctica docente, en su ciclo de fundamentación,| se identifica que el estudiante desde I semestre establece contacto con la realidad escolar en la IE, mediante una serie de actividades relacionadas con los componentes de su plan de estudios e incorporando el inicio de la práctica pedagógica y educativa que se desarrolla durante toda su formación. Por la articulación de sus componentes, la práctica pedagógica es integral y va aumentando en complejidad, permitiendo la articulación del proyecto pedagógico con las experiencias del estudiante y el desarrollo de habilidades para la investigación educativa.

En su ciclo de profundización, la puesta en marcha del proyecto pedagógico, prepara al estudiante para llegar a la práctica docente. Esta práctica permite la suma y sistematización de sus propias experiencias educativas, la identificación de problemas cotidianos en el aula, del entorno y la propuesta de alternativas que transformen su enseñanza de la Biología desarrollando habilidades para la invesigación pedagógica. La socialización de sus propias experiencias y las de sus compañeros, en los seminarios de práctica, favorece su práctica reflexiva y la toma de decisiones para el posterior ejercicio profesional.

Como retos en esta formación inicial del profesorado de Biología, que se prepara para enseñar a los estudiantes de secundaria a nivel nacional, y, de acuerdo con los resultados de la encuesta de percepción, se sugiere:

— Apoyar aún más la apropiación de los EBC, su coherencia vertical y horizontal, ya que, este documento al ser de política pública, se emplea para el diseño curricular, las evaluaciones al interior de la IE y las evaluaciones externas nacionales e internacionales para verificar las competencias y habilidades en el área, (Estándares Básicos de Competencias, 2006, MEN). Además, le permite al futuro docente, mediante su apropiación, hacer un seguimiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje de sus estudiantes, a fin de que éstos sean sistemáticos, ordenados y pertinentes, a diferencia de los DBA.

— Motivar a los estudiantes de la práctica II a utilizar metodologías poco empleadas como la gamificación, ya que, esta metodología utiliza estrategias de juego, ayuda a tomar decisiones, a experimentar y a trabajar por objetivos (Morera y Mora, 2019, p.5). De la misma manera, la utilización de modelos permite a los estudiantes en el aula construir y representar realidades para comprender el mundo, (Acevedo, García, Aragón y Oliva, 2017, p.157). En la misma perspectiva, el aula invertida desarrolla la autonomía del aprendizaje en los estudiantes de la IE, promoviendo un cambio de actitud.

Además, estas metodologías activas centradas en el alumno permiten un aprendizaje significativo y contextualizado (Fernández, 2006, p. 35) dejando atrás las tradicionales metodologías memorísticas. De la misma forma, pueden servir de alternativa para el desarrollo de las clases cuando no se cuenta con la cantidad de material didáctico necesario y cuando los grupos en las IE son mayores a 30 estudiantes, facilitando también el aprendizaje colaborativo. Se debe tener presente especialmente esta última situación, ya que, es muy común en muchos centros educativos de carácter oficial del país.

— Impulsar la educación STEM, desde la Biología como ciencia, pues es de gran importancia en los últimos años porque fortalece los conocimentos, competencias y prácticas que deben ser promovidas y desarrolladas en la enseñanza para aportar soluciones a los problemas cotidianos de la escuela (López, Couso y Simarro, 2020, p.2), facilitando también la planeación de clases integradas con otras ciencias. Además, la consecución de material reciclable y la utilización de modelos es útil para reemplazar el uso de material de laboratorio para realizar las prácticas.

— Acompañar a los estudiantes de práctica, a través de un grupo interdisciplinario de apoyo de orientación escolar, desde la licenciatura de la UPN y la IE correspondiente, que brinde estrategias y los prepare para enfrentar la realidad escolar.

- Planear la práctia docente teniendo presente la dinámica de las IEs, como izadas de bandera, simulacros, etc.; integrando estas actividades al aula para un mejor aprovechamiento del tiempo destinado a esta práctica.
- Con respecto a la Resolución 18583 de 2017, que imparte orientaciones para que las facultades verifiquen la realización de la investigación pedagógica y científica realizada en los trabajos de grado de los maestros en su etapa final de formación; es importate que el PCLB de la UPN le de una mayor relevancia a la difusión de estos trabajos .

Así mismo, se deben realizar estudios sobre el impacto de la incursión de esta resolución, en cuanto al aumento de los créditos con respecto a las prácticas y redefinir el concepto de crédito, no sólo como unidad de medida, sino como una oportunidad de aprendizaje indepediente en diferentes ambientes, como el virtual.

Finalmente, se propone preparar a los futuros profesores para el trabajo en proyectos conjuntos.

Referencias

Acevedo, J., García, A., Aragón, M., y Oliva J. (2017). Modelos científicos: significado y papel en la práctica científica. *Revista Científica*, 30 (3), 155-166. Doi: https://doi.org/10.14483/23448350.12288

Binks, E., Smith,D., Smith, L. y Joshi, R. (2009), Tell me your story: A reflection strategy for preservice teachers. *Teacher education Quartely*, p.149.

Bolívar, R. M. (2019). Investigar la práctica pedagógica en la formación inicial de maestros. Pedagogía y Saberes, 51,9-22.

Fernández, A. (2006). Metodologías activas para la formación de competencias. *Educatio siglo XXI,* 24, 35-56.

http://www.plandecenal.edu.co/cms/media/herramientas/PNDE%20FINAL_ISBN%20web.pdf.

López, V., Couso, D., y Simarro, C. (2020). Educación STEM en y para el mundo digital. *Revista De Educación a Distancia (RED)*, *20*(62). https://doi.org/10.6018/red.410011

Ministerio de Educación Nacional, Resolución 185835 del 15 de septiembre de 2017, "por la cual se ajustan las características específicas de calidad de los programas de Licenciatura para la obtención, renovación o modificación del registro calificado, y se deroga la Resolución 2041 de 2016"

— (2006). Estándares Básicos de Competencias

Morera, J. y Mora, J. (2019). Empleo de la gamificación en un curso de Fundamentos de Biología. *Educare* [online], 23(2), pp.188-200. http://dx.doi.org/10.15359/ree.23-2.10.

Ramírez, N. (2016). Adaptado de El proceso de inserción profesional del profesor principiante de Ciencias Naturales: cuatro casos en Colombia. Tesis de maestría, Facultad de Educación, Universidad de Antioquia.

Universidad Pedagógica Nacional (200). Documento de Referencia-Proyecto Curricular Licenciatura en Biología, Bogotá, D.C.

Revista Internacional de Aprendizaje en Ciencia, Matemáticas y Tecnología, 7(1), 2020, ISSN 2386-8791

DOI: https://doi.org/10.37467/gka-revedumat.v7.2093

https://journals.eagora.org/revEDUMAT

LA EXPERIENCIA DE APLICAR EL APRENDIZAJE ACTIVO EN UN CURSO DE LA CARRERA DE INGENIERÍA EN SISTEMAS

The experience of applying Active Learning in a course in Systems Engineering

IRENE HERNÁNDEZ RUIZ, KERLY GÓMEZ TOAZA
Escuela de Informática Universidad Nacional, Costa Rica

KEY WORDS

Active Learning
C++
Values
Kahoot

ABSTRACT

The present work discloses the experience of applying active learning in an introductory course in the career Ingeniería en Sistemas de Información de la Universidad Nacional. The experience includes: the comparison of the traditional model versus the active learning model, the description of the course, description of the population, support elements when applying active learning, the way in which active learning was implemented, tools used, perception of the students and conclusions. In this way the purpose of this article is to serve as an example to be used in other disciplinary areas and to allow teachers to improve their university didactics.

PALABRAS CLAVE

Aprendizaje Activo
C++
Principios
Kahoot

RESUMEN

El presente trabajo da a conocer la experiencia de aplicar el aprendizaje activo en un curso de introductorio de carrera de Ingeniería en Sistemas de Información de la Escuela de Informática de la Universidad Nacional. La experiencia incluye: la comparación del modelo tradicional versus el modelo de aprendizaje activo, la descripción del curso, descripción de la población, elementos de apoyo al aplicar el aprendiza activo, la forma en que se implementó el aprendizaje activo, herramientas utilizadas, percepción de los estudiantes y sus conclusiones. De esta manera la finalidad de este artículo es servir como un ejemplo para ser utilizado en otras áreas disciplinarias y que le permita a los docentes mejorar su didáctica universitaria.

Recibido: 23/03/2020
Aceptado: 01/11/2020

GLOBAL KNOWLEDGE ACADEMICS

1. Introducción

El modelo Flip Teaching (FT), también conocida como Aula Invertida, es un método del aprendizaje activo, que se basa en un planteamiento básico de la gestión del conocimiento (Fidalgo-Blanco, 2015).

En Halili, S. H. (2015) y Acuña, B. P. (2015) se mencionan aspectos que favorecen la inclusión del Aula Invertida e inconvenientes que comúnmente se generan, por ejemplo: un aumento en la interacción entre estudiantes y profesores; un cambio en la responsabilidad de aprender sobre los estudiantes; la capacidad de los estudiantes para prepararse en un momento que les convenga.

Por otra parte, según Travieso Valdés:

> ...dentro de una carrera orientada a la Ingeniería de Sistemas, se considera fundamental desde sus inicios trabajar en el desarrollo de la lógica y la solución de algoritmos. La definición es una de las operaciones lógicas más importantes del pensamiento, ya que ella sienta las bases para operaciones más complejas. (Valdés, 2016, p. 3)

La experiencia de este trabajo se basa en la aplicación del curso de Fundamentos de Informática, que es el curso de primer ingreso a la carrera de Ingeniería en Sistemas de Información. Este curso al ser el primer curso en el cuál se enfrentan los estudiantes, es importante que se motive al estudiante en el estudio de esta disciplina. Y para este trabajo, se decidió realizar una mejora significativa en el uso del aprendizaje activo en el área de tecnología. Para ello, este trabajo presenta: la comparación del modelo de aprendizaje tradicional versus el aprendizaje activo, elementos de apoyo y manera de aplicar el aprendizaje activo, descripción del curso, descripción de la población

2. Descripción del curso

El curso de Fundamentos de Informática, es un curso que se imparte en el primer nivel de la carrera de Ingeniería en Sistemas de Información. Este curso tiene como objetivo: "Identificar, diseñar y aplicar correctamente los aspectos básicos del paradigma de Programación Orientada a Objetos en la implementación de soluciones computacionales a problemas, propiciando espacios para que el estudiante vaya formando una actitud investigativa, reflexiva y autodidacta, así como habilidades para el trabajo colaborativo".

El curso se desarrolla de manera presencial, durante 17 semanas, dos 2 días por semana con 2 horas diarias de lecciones y con 6 horas de estudio independiente.

Los temas del curso se centran en cuatro grandes temas:

1. Introducción a la Programación Orientada a Objetos.
2. Estructuras Secuenciales
3. Estructuras Repetitivas
4. Arreglos Uni y Bidimensionales

La evaluación del curso se estableció de la siguiente manera: actividades que comprueban aprendizaje 25%, portafolio (tres proyectos cortos) 15%, dos pruebas de ejecución60% (30% cada una), para un de total de un 100%.

Como puede notarse el 40% del porcentaje de la calificación final lo componen el rubro de las actividades que comprueban el aprendizaje y el rubro de portafolio, por el tipo de evaluación, se puede visualizar que si existen espacios durante el curso para la aplicación del aprendizaje activo.

3. Descripción de la población

La población que actualmente que confirman al grupo se encuentra compuesta por 22 estudiantes de primer ingreso, de los cuales 5 son mujeres y 17 son hombres, y ninguno tiene conocimiento en programación. A esta población, se le aplicó un primer instrumento para conocer un poco sobre su forma de estudio y aprendizaje, que han aplicado durante sus estudios en primaria y secundaria.

El realizar un diagnóstico según Marín (2001), le conceptúan como:

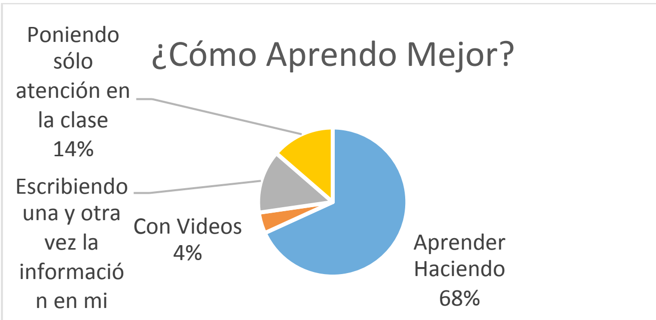
> un proceso que trata de describir, clasificar, predecir y explicar el comportamiento de un sujeto dentro del marco escolar. Incluyen un conjunto de actividades de medición y evaluación de un sujeto (o grupo de sujetos) o de una institución con el fin de dar una orientación. (p.13)

El aplicar un diagnostico le permite al docente conocer algunas características sobre su población estudiantil, para ello se diseñó un instrumento en Google Forms, con preguntas cerradas, en las cuales fueron solicitados todos los datos personales de los estudiantes.

A continuación, se presenta cada una de las preguntas realizadas y las respuestas obtenidas:

1. ¿Cómo aprendo mejor?

Figura 1. Representa al porcentaje de respuesta de los estudiantes

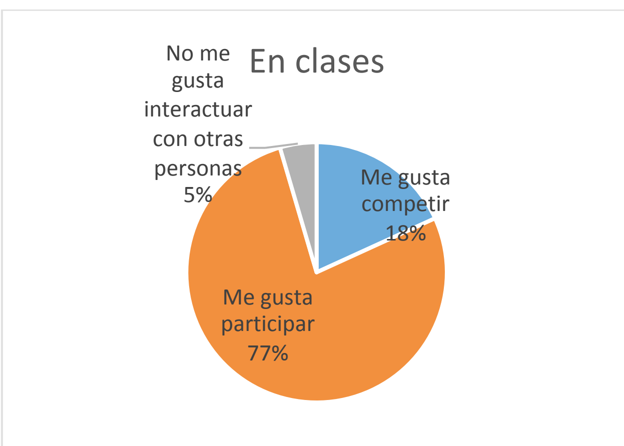


Fuente: Elaboración propia.

Como puede observarse en la **figura 1**, el 68% de la población prefiere aplicar los contenidos de un curso realizandolos directamente ellos mismos.

2. ¿Cuál es mi comportamiento durante las clases?

Figura 2. Porcentaje de opciones seleccionadas por el estudiante



Fuente: Elaboración propia.

Al 77% le gusta participar en clases, de esta manera se considera importante realizar dinámicas durante el curso que le permitan a los estudiantes su participación.

Como puede observarse la mayoría de la población prefiere que la profesora sea dinámica durante las clases lo cuál indica que hay una gran disposición para la aplicación de los principios del aprendizaje activo.

3. ¿A usted le gusta leer? En este caso el 36% indicó que no y un 64% indicó que sí.

En este rubro, se encontró que aún 64% del curso si le gusta leer, por lo que se darán lecturas cortas sobre los temas para algunos trabajos en clase. Donde logré posteriormente, realizar un intercambio de ideas entre los estudiantes y la profesora.

4. Elementos de Apoyo y aplicar el aprendizaje activo

Según Wesley y Richard (2009), indican que algunas de las pautas que permiten ser de guía para el docente en el aula para la aplicación del aprendizaje activo son:

1) Haga preguntas a la clase durante las conferencias para estimular la curiosidad.
2) Utilice preguntas guías.
3) Utilice visuales gráficos
4) Enseñe principios del pensamiento crítico a la vez que enseña a la materia.
5) Fomente que sus estudiantes se conozcan unos a otros
6) Llame a todos los participantes
7) Fomente el pensamiento independiente

1. ¿Cómo se implementó el aprendizaje activo?

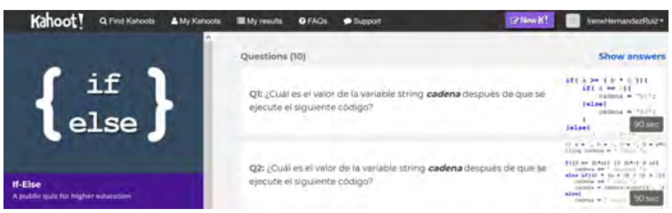
A continuación se presenta cada uno de los contenidos del curso, así como la recomendación brindada por Wesley y Richard (2009), y la dinámica que se desarrolló.

Tabla 1. Contenido del Curso

Tema	Recomendación	Dinámica realizada
Introducción a la Programación Orientada a Objetos (PPO)	Haga preguntas a la clase durante las conferencias para estimular la curiosidad. Utilice preguntas guías. Fomente que sus estudiantes se conozcan unos a otros Llame a todos los participantes: en este caso cada vez que se implementa un ejercicio en clase, se trata de preguntarle a cada uno de ellos preguntas sobre la construcción del ejercicio. Fomente el pensamiento independiente	Se desarrolló la dinámica de conseguir 10 artículos del periódico para que los estudiantes lograran implementar el UML correspondiente al texto. Se colocó en el aula virtual videos con respecto a la introducción a la POO. Se desarrolló un trabajo grupal, para realizar un cartel del UML correspondiente y se procedió a pedirle a los estudiantes que lo expusieran durante la clase. Se les pidió a los estudiantes que distribuyeran los carteles por equipos, de tal manera que cada equipo revisara el trabajo de los demás. Y le realizara correcciones en caso de ser necesarios. Se les pidió que sobre el tema de la POO pensaran acerca de 5 palabras relacionadas con el tema y las anotaran en el software Menti. De esta manera se logró obtener una lluvia de ideas. Donde la profesora le realizó un resumen de los conceptos abordados. Para ello se generó trabajos en clase que permitieran el intercambiar ideas y formas de pensamiento, para que de manera conjunta lograra generar proyectos programados Se desarrolló una actividad con Kahoot, otra actividad con Menti y otra con un Wiki del aula virtual.

Fuente: Elaboración Propia.

Figura 3. Kahoot con estructuras secuenciales



Fuente: Elaboración propia.

1. Kahoot: es una herramienta para juegos de compentencia en linea. Donde se genera un cuestionario y los estudiantes desde su teléfono móvil pueden participar seleccionado las opciones que previamente el profesor realice.
2. Wiki: El Wiki es una herramienta que permite la construcción colaborativa entre estudiantes. Para ello se diseño en el aula virtual del curso esta herramienta logrando que todos los estudiantes participaran y realizaran aportaciones a sus compañeros. A continuación, se presenta la imagen correspondiente:
3. Menti (*https://www.menti.com/*): Esta herramienta te permite crear una encuesta, con diferente tipo de preguntas, y recibir la respuesta de forma inmediata a través de cualquier dispositivo (escritorio o móviles) con conexión a internet. En el curso, se utilizó para analizar como relacionaban los estudiantes conceptos importantes en el área de programación. A continuación, se presenta una imagen de la actividad realizada:

En este tema los estudiantes tenían que pensar el término *programa,* posteriormente tenían que desde su teléfono móvil pensar en palabras que relacionaran el tema u lograr la final entre todos únificar un concepto particular.

5. Percepción de los estudiantes

Se elaboró un cuestionario de percepción de la experiencia para los estudiantes, a continuación e presenta este instrumento:

1. ¿Le gustó la actividad realizada en clases?

2. ¿Cree que esta experiencia te ha ayudado a adquirir competencias profesionales?
3. ¿La evaluación que se ha planteado favorece la adquisición de las competencias profesionales?
4. ¿Considera útil lo aprendido con esta experiencia?
5. Señale la satisfacción global en relación con la experiencia.
6. Señale la satisfacción global en relación con la evaluación de la experiencia.
7. ¿Cuál es el grado de dificultad de la experiencia?
8. ¿Considero que esta actividad beneficia mi aprendizaje?
9. ¿Me gustaría que estas actividades se realicen?

Para cada una de las preguntas se le pidió que el estudiante marcara una de las siguientes opciones: mucho, bastante, algo, poco o nada.

Este cuestionario fue aplicado a 18 estudiantes del curso en la última clase. A continuación se presentan las siguientes respuestas:

Tabla 2. Frecuencia de Respuesta a la Primera Parte de Preguntas

	¿Le gustó la actividad realizada en clases?	*¿Cree que esta experiencia le ha ayudado a adquirir competencias profesionales?*	*¿La evaluación que se ha planteado favorece la adquisición de las competencias profesionales?*
Mucho	6	7	4
Bastante	11	8	11
Algo	1	3	3
Poco	0	0	0
Nada	0	0	0
No indica	0	0	0

Fuente: Elaboración Propia.

En este apartado a los estudiantes en su mayoría que este tipo de actividades realizadas en clase les son de utilidad en su formación como profesionales.

Tabla 3. Frecuencia de Respuesta a la Segunda Parte de Preguntas

	¿Considera útil lo aprendido con esta experiencia?	*¿Cuál es el grado de dificultad de la experiencia?*	*¿Considero que esta actividad beneficia mi aprendizaje?*
Mucho	10	3	10
Bastante	8	7	6
Algo	0	6	2
Poco	0	2	0
Nada	0	0	0
No indica	0	0	0

Fuente: Elaboración Propia

En la Tabla 3, se muestra que los estudiantes consideran que los ejercicios tenían un grado de dificultad alto, sin embargo indicaron que los ejercicios les beneficiaron en su aprendizaje de los conceptos del curso.

Figura 4. Porcentaje de aceptación de las actividades en las clases

Fuente: Elaboración propia.

Como puede evidenciarse en el Gráfico 1, a más del 60% de los estudiantes les gusta que se realicen estas actividades durante las clases.

6. Recomendaciones

- Aplicar los conocimientos con más grupos del curso Fundamentos de Informática
- Capacitar a otros compañeros en el tema de Aprendizaje Activo.
- Crear más ejercicios sobre el tema de programación.
- Involucrar más a los estudiantes durante las clases.

7. Conclusiones

- De esta manera los cursos orientados a la una carrera como lo es la Carrera de Ingeniería en Sistemas de Información, requiere el desarrollo en el estudiante de habilidades y destrezas para el mundo laboral, para lo cual se requiere de aplicar nuevas dinámicas.
- El desarrollo de los ejercicios requiere de una inversión de tiempo considerable, sin embargo los estudiantes aprenden de una manera más sencilla los temas y logran avanzar más rápido durante la clase.
- Los estudiantes se sienten bien debido a que el diagnostico aplicado sienten que la profesora tomó en cuenta sus comentarios y se preocupó por generar ejercicios novedosos para el curso.
- El 100% de los estudiantes participó activamente en el aula virtual del curso y en las dinámicas de la clase. Esto permite que los estudiantes realmente se involucraran con el curso, con consultas y dando sus opiniones sobre los ejercicios.
- El aprendizaje activo, permite realmente que el los estudiantes sean el actor principal en su propio aprendizaje y se requiere que el docente sea un facilitador de ese conocimiento durante las lecciones.
- Finalmente, el aprendizaje activo motiva al estudiando y lo reta a realizar ejercicios que no implica la memoria sino el lograr desarrollar la lógica en la resolución de problemas. Lo cuál de gran importancia en las carreras relacionadas con tecnologías.

Referencias

Acuña, B. P. (2015). Vectores de la pedagogía docente actual. *Asoc. Cultural y Científica Iberoamerica*.

Bonwell,C., Eison, J. A. (1991): "Active learning: creating excitement in the classroom", asheeric higher education report nº 1, George Washingtonuniversity, school of education and human development, Washington.

Cabero Almenara, J. (2015). Reflexiones educativas sobre las tecnologías de la. *Tecnología, Ciencia y Educación*, 1, 19-27.

Fidalgo-Blanco, Á. S.-E.-P. (2017). Ontological Flip Teaching: a Flip Teaching model based on knowledge management. *Universal Access in the Information Society*.

Halili, S. H. (2015). Flipping the classroom : What we know and what. 35.

Hernández, I., & Gómez, K. (2018). Uso de Google Forms para el aprendizaje lúdico de los Fundamentos de Programación en C++ La Experiencia en el Curso de Fundamentos de Informática de la Universidad Nacional de Costa Rica.

Graham, K. (2015). "TechMatters: Getting into Kahoot!(s): Exploring a Game-Based Learning System to Enhance Student Learning," *Loex Q.*, vol. 42, no. 3, pp. 6–7, 2015.

Koehler, M. &. (2009). What is technological pedagogical content knowledge (TPACK)? *Contemporary issues in technology and teacher education*, 9(1), 60-70.

Marín, B.(2001). *Cómo realizar un Diagnóstico Pedagógico.* México:Alfa Omega.

Newton, C. C. (2015). Flipped teaching: finding room for interdisciplinary content and peer learning Living and investigación.

Wesley, H. y Richard, P. (2009). Ideas prácticas para promover el aprendizaje activo y cooperativo: 27 maneras prácticas para mejorar la instrucción. Recuperado en noviembre, 20, 2011, del sitio Web Knowledge Hub del ITESM en: http://www.criticalthinking.org/resources/PDF/SP-Active_and_coop_learning.pdf

Revista Internacional de Aprendizaje en Ciencia, Matemáticas y Tecnología, 7(1), 2020, ISSN 2386-8791
 DOI: https://doi.org/10.37467/gka-revedumat.v7.2829
 https://journals.eagora.org/revEDUMAT

LA IMPORTANCIA DE LA INTUICIÓN MATEMÁTICA EN LOS PROCESOS DE ENSEÑANZA

The Importance of Mathematical Intuition in the Teaching Processes

LINA MARÍA PEÑA PÁEZ [1], OSCAR YESID MARIÑO [2]

[1] Universidad de San Buenaventura, Colombia
[2] Universidad Distrital, Universidad de San Buenaventura, Colombia

KEY WORDS

Mathematical intuition
Teaching
Problem solving

ABSTRACT

This document shows how constitutive elements of intuition can lead a mathematics teacher to innovate in their educational practice. Taking into account the teaching processes in mathematics, it is proposed from the substitution method to solve integrals, to show the characteristics common to the definitions on intuition provided by both philosophers and mathematicians. We conclude that intuition not only has an important role in the epistemology of mathematics, but it can also play a fundamental role in both student learning and the teaching strategies of mathematics teachers.

PALABRAS CLAVE

Intuición matemática
Enseñanza
Resolución de problemas

RESUMEN

El presente documento muestra cómo elementos constitutivos de la intuición pueden llevar a un docente de matemáticas a innovar en su práctica educativa. Teniendo en cuenta los procesos de enseñanza en matemáticas, se propone a partir del método de sustitución para resolver integrales, evidenciar las características comunes a las definiciones sobre intuición brindadas tanto por filósofos como por matemáticos. Concluimos que la intuición, no sólo tiene un rol importante en la epistemología de las matemáticas, sino que puede jugar un papel fundamental tanto en el aprendizaje de los estudiantes como en las estrategias de enseñanza de los docentes de matemáticas.

GLOBAL KNOWLEDGE ACADEMICS

Introducción de sección

La intuición es un concepto controvertido, aceptado por unos como fuente de conocimiento matemático y, rechazado por otros, al considerarlo engañoso. La intuición puede entenderse como un método, al que se acude en disputas filosóficas, fundamentos de la ciencia, ética, estética, pedagogía y, a veces, en psicología. En este artículo, luego de mostrar diferentes aproximaciones a la idea de intuición matemática, se asume que la intuición es un *proceso*, cuyos elementos constitutivos implican, el contexto real, los conocimientos previos de quien intuye y finalmente, la necesidad de la lógica, como instrumento de validación matemática. Estos elementos, no sólo son indispensables para el matemático que inventa teorías o crea conceptos, también le son fundamentales a los docentes interesados en innovar en su práctica educativa.

Cuando de intuición matemática se trata, la literatura existente es amplia y diversa, desde las posturas filosóficas que la entienden como un criterio de certeza y verdad, quienes la comparan con la percepción en la experiencia sensorial, hasta los que la desechan por "misteriosa". Para matemáticos como Poincaré, la intuición matemática es necesaria para el proceso de invención que no sería posible si sólo se contara con los signos matemáticos o la lógica formal. Es común a muchos estudiosos del tema, entender la intuición matemática como un proceso cognitivo, que debe ser global, cuyas primeras ideas deben ser validadas por alguna teoría y que no aparecen en la mente cuando no se tienen conceptos preexistentes.

Algunos autores consideran que la intuición matemática está relacionada con esquemas estructurales del pensamiento, fundamentales en la resolución de problemas. En este artículo se asume que la intuición es necesaria para la resolución de un problema; no sólo en el ámbito de la matemática pura, es decir, se asume que un docente interesado en buscar una nueva alternativa de explicar un tema también está resolviendo un problema, en este caso un problema didáctico, y la intuición es fundamental para llegar a su objetivo.

En la primera parte se muestran diferentes posturas sobre la intuición matemática, a continuación, se estudia la relación entre la intuición y los aspectos educativos que implican, en particular, a la resolución de problemas. Finalmente se explica cómo una estrategia novedosa creada para enseñar "la regla de sustitución" en integrales, fue concebida gracias a un proceso intuitivo, teniendo en cuenta los elementos constitutivos escritos a lo largo el artículo.

Aproximación a la noción de intuición matemática

La historia de la filosofía muestra que no existe un consenso frente a la noción de intuición. Para Descartes es una *operación racional* total e inmediata, para Leibniz y Spinoza es una *inferencia rápida* para establecer los principios de la matemática. Kant, por su parte, la considera una *facultad* por medio de la cual se captan los objetos de conocimiento. Finalmente, para Bergson, es una *forma de conocer* los objetos.

En el campo de la matemática encontramos a Kurt Gödel quien considera que el papel de la intuición es análogo al papel de la percepción en el mundo de las ciencias físicas. Para Henri Poincaré la intuición es necesaria para el proceso de invención en matemáticas, más aún, es la que permite elegir el mejor camino para alcanzar el objetivo final: "necesitamos una facultad que nos muestre desde lejos el objetivo final, y esa facultad es la intuición. (Poincaré, 1905, como se citó en van Stigt, 1990, p.26).

Kitcher (1984) nos muestra cómo Kline y Cauchy asumen la intuición cómo fuente necesaria para llegar a los resultados más abstractos de la matemática.

En lo que hace referencia a las escuelas de los fundamentos de las matemáticas, encontramos a Brouwer, para quien "la intuición fue la clave para desarrollar su filosofía sistemática de las matemáticas" (van Stigt, 1990, p.134).

Para pensadores de la filosofía de las matemáticas como Penelope Maddy (1980), Charles Parsons (1980) y Elijah Chudnoff (2014), la intuición tiene que ver con el conocimiento matemático. Finalmente, tenemos a Efraim Fischbein (2002), quien considera la intuición como un tipo de cognición que es autoevidente, cierto, coercitivo, extrapolado, global e implícito.

De las diferentes interpretaciones sobre la intuición, aparecen dos propiedades comunes: "a) inmediatez (evidencia intrínseca) y b) certeza (sin necesidad de demostración)" (Malaspina, 2007, p.70). Esta caracterización, contrasta con la idea de Husserl sobre la intuición, dado que, para él, las intuiciones son concluyentes en un sentido apodíctico: "las intuiciones son de los objetos (y los estados de cosas compuestos de ellos) directamente. Por su estructura (horizontal), las intuiciones se prestan a la explicación, sugieren formas en las que se pueden desplegar"(Lindström, Palmgren, Segerberg, & Stoltenberg-Hansen, 2009, p.340).

La evolución del conocimiento ha estado enmarcada por creaciones iniciales, que en su momento han sido catalogadas como inconcebibles, absurdas, insanas o hasta insensatas, pero siempre como creaciones humanas. Los científicos saben que "la verdad no es producida por la contemplación sino por la imaginación controlada y el trabajo planificado, por la invención impaciente y el paciente ensayo de conjeturas" (Bunge, 1996, p.179).

Para Fischbein (2013) las intuiciones son cogniciones necesarias para el esfuerzo científico. Tal situación trae un problema, "por un lado, el científico necesita intuición en sus intentos por descubrir nuevas estrategias, nuevos modelos teóricos y experimentales. Por otro lado, debe ser consciente de que las intuiciones no son, como creían Descartes y Spinoza, la máxima garantía, la base principal de las verdades objetivas" (p.13). Esta situación implica que el matemático debe aprender a diferenciar entre la información objetiva y sus intuiciones impuestas subjetivamente. Esta distinción no es ni fácil, ni obvia.

Esta dualidad se ve reflejada, cuando se revisan los enunciados matemáticos, algunos de ellos (como los axiomas) parecen ser aceptados como evidentes, mientras que otros requieren de una demostración, para ser aceptados como verdaderos. Entonces las cogniciones intelectuales se pueden presentar de dos formas:

> a) Una categoría de cogniciones que parecen directamente aceptables como evidentes. Estas son cogniciones intuitivas.
>
> b) Una categoría de cogniciones que se aceptan indirectamente sobre la base de una cierta prueba lógica explícita. Estas son cogniciones lógicas, o basadas en la lógica. (Fischbein, 2013, p.18)

Ahora bien, no toda cognición directa es una intuición. Las intuiciones que son cogniciones intelectuales deben expresar una situación más global, que exceda lo simplemente dado por los sentidos. En la intuición se abarcan interpretaciones, conjeturas, predicciones, soluciones y en un mayor nivel, invenciones. Tomemos el siguiente enunciado "dos cantidades iguales a una tercera son iguales entre sí", es claro, en este ejemplo, que la intuición no está, necesariamente, fundada en los sentidos.

Fischbein (2013) asume que las intuiciones son "visiones" globales y evidentes, es decir, que gracias a ellas podemos interpretar y comprender de una manera global alguna situación. Sin embargo, en la vida cotidiana, la mente está acostumbrada a tratar con realidades finitas:

> cuando se nos pregunta si es 0.3333. . . es igual a 1/3 o tiende a 1/3, la respuesta habitual es que 0.3333. . . tiende a 3. Para aceptar, intuitivamente, ese 0.3333. . . es igual a 1/3, uno tiene que ser capaz de captar global y directamente la multitud infinita de los dígitos respectivos (Fischbein, 2013, p.33)

Por tanto, las intuiciones son la contrapartida cognitiva de algunos esquemas estructurales. Algunas veces las intuiciones pueden estar relacionadas con esquemas poco adecuados, lo que nos llevaría a intuiciones equivocadas.

Las intuiciones deben ser validadas por la lógica y la matemática formal para poder ser aceptadas por la comunidad científica, entonces "el proceso dinámico en matemáticas tiene lugar entre la intuición y la formalización, es decir, se podría decir, entre lo que podemos entender y lo que podemos expresar y comunicar, o formalizar matemáticamente de la manera habitual" (van Atten, Boldini, Bourdeau, & Heinzmann, 2008, p.302). Aunque conozcamos todos los axiomas o las leyes de la lógica, esto no es suficiente para crear nuevas teorías, se requiere de algo más, es decir, de la intuición. Como lo afirma Poincaré (1905) la historia nos ha mostrado que "la lógica no es suficiente; que la ciencia de la demostración no es toda la ciencia y que la intuición debe conservar su papel como complemento, estaba a punto de decir, como contra peso o como antídoto de la lógica" (p.6).

Ahora bien, la intuición es generada por la experiencia; por las situaciones prácticas en las que el individuo está inmerso. Estas situaciones son sistemáticas y necesitan "representaciones y evaluaciones anticipatorias, globales y bien estructuradas. Una intuición puede entonces describirse como un conjunto de expectativas bien estabilizado con respecto a ciertas situaciones" (Fischbein, 2002, pp. 204-205).

Las intuiciones necesarias para resolver un problema o inventar una nueva teoría requieren que el estudiante o el matemático estén inmersos en el mundo real o abstracto de la matemática. Las ideas no aparecen de la nada, como revelaciones divinas. Los sujetos deben tener algún tipo de experiencia en el tema, sin importar el grado de conocimiento. Para Dewey la filosofía y las matemáticas se deben 'mirar siempre en el contexto de la experiencia', desmitificando el razonamiento deductivo, el conocimiento se vuelve humano, deja de ser inmutable e indudable, "y mientras que la prueba deductiva se vuelva humana y no divina o infalible, el razonamiento y la intuición no deductivos plausibles reciben su merecido como fuente de conocimiento en matemáticas, al igual que en cualquier otra parte de la vida humana"(Hersh, 2011, p.48).

Que una intuición sea correcta o no, depende de la comparación entre las intuiciones basadas en la experiencia personal del individuo y de la aceptación por parte de la comunidad científica. En el salón de clase la autoridad para determinar si una intuición es correcta o no, puede ser el profesor o el libro de texto. Las intuiciones deben irse "ajustando" de acuerdo a los nuevos esquemas que el individuo adquiera ya sea por la edad o por sus nuevos conocimientos. Veamos un ejemplo:

> Las personas solían afirmar que "la multiplicación hace más grande" y la "división que hace más pequeña". Es un reclamo intuitivo basado en la experiencia temprana del niño con números naturales. Mientras se considere el conjunto de números naturales, las oraciones anteriores y las intuiciones respectivas son correctas. Pero cuando un estudiante universitario hace la misma afirmación, uno tiene una intuición incorrecta porque se debe suponer que el estudiante aprendió mucho antes sobre fracciones menores que 1, por lo que las afirmaciones anteriores (intuiciones) ya no son correctas. (Fischbein, 2013, p.35)

Sólo son posibles las intuiciones correctas cuando los esquemas mentales sean ajustados a los nuevos conocimientos, así mismo, en un proceso educativo, las intuiciones tanto del estudiante como del profesor parten de su experiencia real, en el caso del anterior ejemplo, se parte del cuerpo de conocimientos sobre los números racionales.

La intuición y resolución de problemas

La intuición matemática tiene una estrecha relación con la resolución de problemas. Para matemáticos como Poincaré (1944) la intuición es la fuente de la invención en matemáticas, para Fischbein (2013) es la base de los esquemas mentales necesarios para la construcción de la ciencia y para el aprendizaje de los estudiantes. La invención es tener una idea novedosa que permite llegar a un nuevo conocimiento, en este sentido, inventar implica resolver un problema. Todo matemático, profesor o estudiante está buscando solucionar un problema, de acuerdo a su interés o contexto.

Para Poincaré (1905) tanto la lógica como la intuición tienen un papel indispensable: "la lógica, la única que puede dar certeza, es el instrumento de la demostración; la intuición es el instrumento de la invención" (p.7). Cuando un matemático, un profesor o un estudiante quieren alcanzar una meta propuesta, requieren una guía, la cual puede ser una analogía. Cuando un inventor desea emprender la resolución de un nuevo problema, recurre a buscar problemas similares ya resueltos por el mismo método, "entonces debe percibir de qué manera se diferencia esta nueva pregunta de las de problemas anteriores y de ahí deducir las modificaciones necesarias para aplicar el método" (p.8). Cuando las analogías y diferencias no son muy evidentes se requiere de una penetración poco común, esto quiere decir, que el inventor, sin la ayuda de los sentidos ni de la imaginación debe "tener una comprensión directa de lo que constituye la unidad de la pieza del razonamiento, de lo que hace, por así decirlo, su alma y su fundamento" (p.8).

Para el autor francés son poco comunes aquellos analistas que pueden inventar sin la ayuda de la imaginación, que son capaces de percibir a simple vista el plan general de un edificio lógico, sin la intervención (aparente) de los sentidos. Sin embargo, "no deja de ser cierto que la intuición sensible es en matemáticas el instrumento más habitual de invención" (Poincaré, 1905, p.9). En su ensayo "invención matemática" Poincaré explica el surgimiento de su idea sobre las funciones fuchsianas, este relato sirve para comprender cómo el rigor se convirtió en el legitimador de las conquistas de la intuición. Para él, en la invención de esta idea debía estar ocurriendo 'algún tipo de pensamiento subconsciente', dando paso a la posibilidad de que el subconsciente pueda ser más inteligente que la mente consciente. Otros autores, entre los que se cuenta Hadamar (un matemático brillante) otorgan un papel primordial al subconsciente en el descubrimiento matemático, dado que éste es más desinhibido, imaginativo y creativo, lo que los lleva a relacionar al subconsciente con la intuición.

Poincaré (1905) insistirá en la necesidad de la intuición en la enseñanza de las ciencias, para él este es un comienzo en la comprensión de la matemática, más aun, aprendería a amarla, dado que sin ella "nunca llegarían a ser capaces de aplicar las matemáticas" (p.6) y si es útil para los estudiantes, lo es mucho más para el científico creativo.

Ahora bien, algunos han relacionado la "habilidad" de invención con la buena memoria o con una capacidad de atención prodigiosa. Si bien son capacidades necesarias, no son suficientes para el trabajo creativo. En realidad, la matemática no es una lista de silogismos, tiene que ver con el orden determinado en que son colocados, siendo este orden más importante que los elementos mismos.

Ahora bien, la intuición matemática es un modo general de conocimiento, estrechamente relacionada con los conceptos usados para hacer referencia al mundo físico (Ponte, 2007), lo que implica que los símbolos son la forma de comunicar lo encontrado por la intuición, a su vez, que los preconceptos son necesarios para estructurar la intuición.

Por ejemplo, cuando los estudiantes están intentando resolver un problema de máximos y mínimos, allí usan mecánicamente, los criterios de la primera y segunda derivada, sin embargo, se observa que "no han desarrollado una actitud científica que conjugue la intuición, la conjetura, la formalización y el rigor ante otros problemas de optimización" (Malaspina, 2007, p.367). Lo que significa que la intuición está relacionada con la habilidad para conjeturar y formalizar, actos que se pueden estimular a través de la resolución de problemas.

Las habilidades propias para llevar a cabo un proceso intuitivo no son exclusivas de los estudiantes, también deben ser desarrolladas por los docentes. Se debe prestar atención en "las similitudes, la capacidad de identificar isomorfismos y describir estructuras comunes. Como lo han demostrado Poincaré y Polya, las analogías entre entidades matemáticas aparentemente muy diferentes sugieren con frecuencia nuevas ideas fructíferas" (Fischbein, 2002, p.209). Muchos de los problemas didácticos podrían resolverse si se considera la importancia de la intuición en la enseñanza y aprendizaje de los estudiantes.

Una aplicación de la intuición en los procesos de enseñanza de la matemática

Para los procesos de enseñanza y aprendizaje, es necesario que el profesor integre los aspectos intuitivos y los formales para la comprensión y resolución de problemas (Solis, 1984, Casas-Rodriguez, 2013; Nicoletti, 2016). El docente debe controlar las fuerzas intuitivas del estudiante, pero a la vez debe incentivarlas, para que los resultados obtenidos estén acordes con el cuerpo axiomático de la matemática. Ahora bien, es importante que los profesores también tengan en cuenta los aspectos intuitivos en la preparación de sus clases para comprender la manera como sus estudiantes "accederán" al conocimiento (Peralta, 1995; Gómez-Chacón, 2000; Lopéz, 2006).

En su proceso de búsqueda de nuevas estrategias para lograr la aprehensión de los temas de clase, por parte de los estudiantes, el docente debe aprender a analizar y a formalizar sus adquisiciones intuitivas, "esto implica aprender a abstraer estructuras formales de realidades prácticas e interpretaciones intuitivas y cómo describirlas explícitamente" (Fischbein, 2002, p.209, p.207). El docente, muchas veces, en su práctica educativa, se enfrenta a problemas tales como: el estudiante encuentra inútil el concepto que está siendo explicado, o, no comprende la teoría o los ejercicios explicados en clase, "una de las tareas fundamentales de la educación matemática, como se ha enfatizado con frecuencia en el presente trabajo, es desarrollar en los estudiantes la capacidad de distinguir entre sentimientos intuitivos, creencias intuitivas y convicciones formales" (Fischbein, 2002, p.209, p.209).

Ahora bien, el docente debe ser el primero en identificar dicha distinción e intentar realizar actividades que conlleven a comprender esa relación. Una manera de hacerlo es a través de su propia experiencia, es decir, en el diseño de un ejercicio de clase que le permita "vivir" un proceso intuitivo que conduzca a una situación formal avalada por las proposiciones matemáticas estipuladas.

Como hemos sostenido a lo largo de este artículo, la resolución de problemas está vinculada con la intuición. Bajo esta mirada, cuando el profesor prepara su clase e intenta que sus estudiantes comprendan y apliquen los conceptos propios de la matemática; está resolviendo un problema. Fischbein (2013) propone las siguientes etapas necesarias en el esfuerzo de resolver un problema:

> a) Primero, uno trata de comprender de manera significativa la pregunta dirigida, haciendo uso de la información que se muestra en el texto del problema. El solucionador debe entender claramente y distinguir lo que se da y lo que se requiere. b) En segundo lugar, el solucionador ha movilizado varias informaciones y asociaciones previamente adquiridas, de manera tal que se pueda salvar la brecha entre lo que se da y lo que se requiere. Tal esfuerzo mental es a veces tácito, a veces consciente, explícito. c) Cuando este esfuerzo llega a un final bien estructurado, el solucionador siente que ha alcanzado la solución. (pp.133-34)

La mencionada descripción, involucra la idea que hemos sostenido en este artículo: la intuición es un proceso dinámico, que parte del contexto real y una vez validada por el cuerpo de conocimientos de la matemática, vuelve al "mundo real" para ser aplicada y permitir, en este caso, la resolución de un problema.

A continuación, se explicará cómo a partir de la intención de un profesor por resolver un problema didáctico y su posterior aplicación, el profesor, sin ser consiente experimentó una intuición (enmarcada bajo las características, aquí descritas anteriormente).

Las tres etapas enunciadas por Fischbein involucran las características que se le han dado a la intuición, a saber, comprender de manera significativa la pregunta dirigida, implica que la intuición *parte del contexto real del docente*. Que el docente movilice varias informaciones y asociaciones previamente adquiridas, involucra *la necesidad de conceptos previos* tanto matemáticos como didácticos. Si el esfuerzo llega a un final bien estructurado, significa que la solución del problema planteado cumple con el cuerpo lógico de la matemática, es decir, ha sido *validada*. Y el conjunto de todas estas etapas evidencia un *proceso dinámico*.

En la primera etapa el docente tiene una "preocupación", desea resolver un problema que le ha surgido en su práctica profesional, en su *contexto real*: desarrollar una nueva estrategia para explicar "la regla de sustitución" en un curso de cálculo integral.

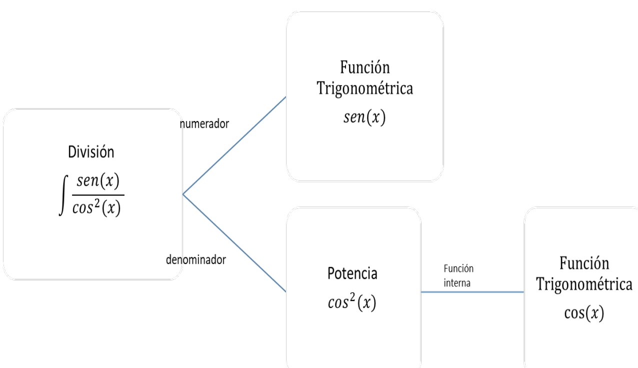
El docente debe recurrir a los conceptos previos, que en este caso corresponden, a estrategias análogas usadas para explicar otros temas y a los conceptos necesarios para comprender la regla de sustitución. El docente, por un lado, reconoce que usar diagramas de árbol ha sido una estrategia muy útil cuando se explican temas de probabilidad. Por otra parte, conoce la importancia de las funciones compuesta y de *la regla de la cadena*, tema fundamental, para comprender la regla de sustitución. Así, moviliza y asocia informaciones tanto didácticas como matemáticas para diseñar su estrategia de aprendizaje.

Finalmente, crea su estrategia y la pone a prueba. Su esfuerzo será existo en la medida que su estrategia del árbol funcione para la mayor cantidad de integrales que debe ser resueltas usando el método de "sustitución".

Supongamos que se desea resolver la siguiente integral indefinida: $\int \frac{sen(x)}{cos^2(x)} dx$.

En primera instancia, el estudiante debe reconocer todas las funciones y operaciones que aparecen implicadas en la expresión algebraica que se desea integrar. A continuación, elabora un diagrama de árbol con esta información y su conocimiento previo sobre la jerarquía de las funciones compuestas. Ver Fig. 1.

Figura 1. Diagrama de árbol para la regla de sustitución.



Fuente: Autores.

La última rama del árbol indica cuál es la sustitución que el estudiante debe hacer.

$$u = \cos(x) \qquad du = -sen(x)$$

Entonces:

$$\int \frac{sen(x)}{cos^2(x)} dx = -\int \frac{du}{u^2}$$

La cuál es una integral mucho más fácil de resolver y que aparece en las tablas de las integrales.

Esta manera de enseñar la *regla de sustitución* no aparece en los libros comúnmente utilizados en las clases de cálculo integral. Es una idea novedosa, creada por el docente interesado en buscar una manera alternativa de lograr, por parte de sus estudiantes, una mejor compresión de la mencionada regla de integración.

El docente no llegó a esta estrategia de una manera misteriosa, tuvo que, como lo afirma Poincaré, pensar en el problema por mucho tiempo, probar diferentes formas, indagar por métodos de enseñanza de otros temas, es decir, usar analogías. Esta solución no fue una iluminación que surgió de la nada. ¿Por qué no se les ocurrió a otros profesores? ¿Acaso no están involucrados los mismos conceptos cuando se explica esta regla? Los profesores conocen los diagramas de árbol, entonces ¿por qué no encontraron la relación? Podría concluirse que ¿Algunos docentes son más competentes que otros? La respuesta es no. El asunto es el mismo que hemos mencionado anteriormente, es la lucha entre el formalismo e intuicionismo. Es la lucha entre la lógica y la intuición. Conociendo todos los símbolos matemáticos no necesariamente se llega a la creación de nuevas teorías o conceptos, se requiere ese algo adicional que es la intuición.

Pero la intuición no es una idea misteriosa que llega la cabeza de unos cuantos elegidos. Es un proceso, es algo en lo que el docente, el estudiante o el matemático, están inmersos, es algo en lo que están interesados, es decir, tiene la intención de resolver un problema. Sería poco creíble que una persona que nunca ha dado una clase de matemáticas ni tomó algún curso de cálculo infinitesimal, pudiese llegar a la estrategia didáctica, planteada en este documento.

Conclusiones

La intuición matemática es una noción ampliamente estudiada por filósofos, matemáticos, pedagogos, psicólogos y pensadores de la ciencia. Sin embargo, no existe una definición exacta con características precisas que sea acepada por toda la comunidad académica. La riqueza de sus interpretaciones en cuanto a su papel en la formación de conceptos, en la invención de nuevas teorías y en su influencia en el aprendizaje de la matemática; es un tema vigente con resultados muy positivos en la filosofía y educación de las matemáticas.

Estudios sobre la intuición permiten evidenciar algunas características comunes. La intuición matemática no es una facultad misteriosa propia solamente de mentes excepcionales, sino que, al ser un *proceso*, puede ser fortalecida por cualquier persona, es decir, que requiere de un esfuerzo. Si el esfuerzo es un esfuerzo intelectual que va más allá de la simple memoria, la compresión de símbolos matemáticos y de leyes de la lógica, entonces se llegará a la invención. En el desarrollo de la intuición intervienen los preconceptos adquiridos en la experiencia, en el contexto real de quien intuye, y a su vez, es necesaria la validación de los resultados obtenidos al final del proceso.

Quien experimenta un proceso intuitivo, llegó a este punto porque tiene una intención, es decir, desea resolver un problema. Entonces, encontramos que existe una estrecha relación entre la intuición y la resolución de problemas: sin la intuición no podría resolverse un problema. Dejando de lado el ámbito de la matemática pura, encontramos al docente, quien está interesado en resolver un problema didáctico.

Un docente interesado en innovar en su práctica educativa se encuentra enfrentado a un tipo de problema similar al del matemático que desea encontrar una nueva teoría. Su preocupación surge en su contexto real, a saber, su quehacer docente. Así mismo, pensar en su intención, requiere de su experiencia en la enseñanza de otros temas y de conocimientos matemáticos previos. Una vez diseñada su nueva estrategia de enseñanza, sus resultados deben ser validados e incorporados, nuevamente, al contexto del que salió su preocupación inicial.

El resultado de la intuición matemática en este trabajo está representado por el diseño de un diagrama de árbol. Este diagrama le permite al estudiante encontrar la sustitución adecuada para resolver una integral. El docente relaciona los diagramas de árbol utilizados en ejercicios de probabilidad con la composición de funciones para elaborar un diagrama de árbol cuyas ramas indican la composición de funciones y los nudos la expresión matemática correspondiente. Al final, esta técnica ayuda al estudiante a identificar más fácilmente la sustitución que debe hacer para resolver una integral indefinida.

Referencias

Bunge, M. (1996). *Intuición y razón*. Buenos Aires: Editorial Sudamericana.

Casas-Rodríguez, M. (2013) Lo intuitivo como aprendizaje para el desarrollo de la actividad creadora en los estudiantes. Humanidades médicas, 22-37.

Chudnoff, E. (2014). Intuition in Mathematics. In O. Lisa M. & H. Barbara S. (Eds.), *Rational Intuition: Philosophical Roots, Scientific Investigations* (pp. 174–191). https://doi.org/10.1017/CBO9781139136419.010

Fischbein, E. (2002). *Intuition in Science and Mathematics* (Vol. 5). https://doi.org/10.1007/0-306-47237-6

Fischbein, E. (2013). Intuitions and Schemata in Mathematical Reasoning. *Forms of Mathematical Knowledge*, (1968), 11–50. https://doi.org/10.1007/978-94-017-1584-3_2

Gómez-Chacón, I. (2000). La intuición en Matemáticas. EDUCAR, 3 (7), p. 30-34.

Hersh, R. (2011). Mathematical Intuition (Poincaré, Polya, Dewey). *Montana Mathematics Enthusiast*, *8*(1/2), 35–49.

Lindström, S., Palmgren, E., Segerberg, K., & Stoltenberg-Hansen, V. (Eds.). (2009). *Logicism, Intuitionism, and Formalism*. https://doi.org/10.1007/978-1-4020-8926-8

López, C. (2006). La intuición y la matemática. Revista de Ciencia y Tecnología Facultad de Ingeniería. Universidad de Palermo, 6, 29-36.

Maddy, P. (1980). Perception and Mathematical Intuition. *The Philosophical Review*, *89*(2), 163–196.

Malaspina, U. (2007). INTUICIÓN , RIGOR Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS. *Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*, *10*(3), 365–399.

Nicoletti, J. (2016). Fundamento y construcción del acto educativo. Docencia e Investigación, 46-53.

Parsons, C. (1980). Mathematical Intuition. *Procedings of the Aristotelian Society*, *80*, 145–168.

Peralta, J. (1995) Principios didácticos e históricos para la enseñanza de las matemáticas, Madrid, Huerga y Fierro

Poincaré, H. (1905). La intuición y la lógica en las Matemáticas. In *El valor de la ciencia* (pp. 1–9). Retrieved from http://casanchi.com/ref/logicaintuicion01.pdf

Poincaré, H. (1944). Invención Matemática. In *Ciencia y Método* (1st ed., pp. 40–54). Buenos Aires: Espasa-Calpe.

Ponte, M. (2007). El papel de la intuición en la filosofía de las matemáticas. La propuesta de Charles Parsons. *Laguna*, (20), 35–48.

Solís, R. (1984) Ideas intuitivas y aprendizaje de las ciencias, Enseñanza de las Ciencias, 2, 83-91.

van Atten, M., Boldini, P., Bourdeau, M., & Heinzmann, G. (2008). *One Hundred Years of Intuitionism (1907-2007). The Cerisy Conference* (1st ed.; M. van Atten, P. Boldini, M. Bourdeau, & G. Heinzmann, eds.). https://doi.org/10.1007/978-3-7643-8653-5

van Stigt, W. P. (1990). *Brouwer's Intuitionism*. Amsterdam: Elsevier Science.

Revista Internacional de Aprendizaje en Ciencia, Matemáticas y Tecnología, 7(1), 2020, ISSN 2386-8791
© Global Knowledge Academics, los autores. DOI: https://doi.org/10.37467/gka-revedumat.v7.2700

ANÁLISIS DIDÁCTICO DE LA CLASE DE MATEMÁTICAS

El método de solución gráfico de los sistemas de ecuaciones lineales

Didactic Analysis of the Math Class: the Graphic Solution Method of the Systems of Linear Equations

LUIS ALEJANDRO ROBAYO LEÓN
Universidad de Cuahtémoc, México

KEY WORDS

Didactic suitability
Didactic analysis
Reflective process
Teacher in service
Systems of linear equation

ABSTRACT

This article studies the classroom practices of two mathematics teachers when addressing the method of graphical solution of systems of linear equations 2 x 2. Through the Didactic Analysis model, a detailed description was made and allowed to obtain an evaluative scale of the teaching process. This was done from a Case Study methodology and whose main instruments were video recordings and class transcripts. It is established that the graphic method is relegated only to study the types of solutions of a system, but it is ignored that its didactic potential goes further.

PALABRAS CLAVE

Idoneidad didáctica
Análisis didáctico
Profesores en servicio
Sistemas de ecuaciones lineales.

RESUMEN

En este artículo se estudia las prácticas de aula de dos profesores de matemáticas al abordar el método de solución gráfico de sistemas de ecuaciones lineales 2 x 2. A través del modelo Análisis Didáctico *se hizo una descripción minuciosa y permitió obtener una escala valorativa del proceso de enseñanza. Esto se hizo desde una metodología de* Estudio de Caso *y cuyos principales instrumentos fueron las videograbaciones y transcripciones de clase. Se establece que el método gráfico es relegado sólo para estudiar los tipos de solución de un sistema, pero se ignora que su potencial didáctico va más allá.*

Recibido: 18/10/2020
Aceptado: 05/12/2020

1. Introducción

Los bajos resultados en matemáticas para un país como Colombia han llevado a realizar diversas reformas curriculares sin obtener los resultados esperados. Estas reformas desconocen un factor prioritario, las prácticas de aula de los profesores de matemáticas que llevan a cabo en el salón de clase. Este artículo hace parte de los resultados parciales del estudio de investigación *Análisis didáctico a partir del proceso reflexivo de prácticas de los profesores en servicio: sistemas de ecuaciones lineales 2 x 2* que busca describir el impacto que tendría en los profesores de matemáticas en servicio participar en un proceso reflexivo que indague sobre sus propias prácticas de aula.

En éste artículo se describe un primer hallazgo que se dio al caracterizar las prácticas de aula de dos profesores de matemáticas de una institución al enseñar el *método de solución gráfico* de los sistemas de ecuaciones lineales 2 x 2.

2. Marco teórico

2.1. Análisis Didáctico

El Enfoque Ontosemiótico de investigación en didáctica de la matemática (EOS), desde el año 1994, ha ido construyendo un sistema de herramientas conceptuales y metodológicas, que sintetizan y unifican muchos hallazgos desarrollados en la Didáctica de la Matemática. En relación al estudio de análisis de procesos de enseña y aprendizaje de conceptos matemáticas, se encuentre el constructo de *Análisis Didáctico* Font, Godino y Contreras, (2008); Godino et ál. (2017). Este tipo de análisis se desglosa en cinco niveles: (i) Identificación de prácticas matemáticas, (ii) Elaboración de las configuraciones de objetos y procesos matemáticos, (iii) Análisis de trayectorias e interacciones didácticas, (iv) Identificación del sistema de normas y meta-normas, (v) Valoración de la idoneidad didáctica del proceso de instrucción. Los primeros cuatro niveles hacen un análisis descriptivo sobre lo que sucede en la clase, mientras la valoración de idoneidad didáctica, evalúa la pertinencia de la instrucción.

Este último nivel de análisis tiene la función de establecer los criterios generales en que se debe adecuar con pertenencia las acciones que realizan los docentes; esto con relación a los conocimientos matemáticos que están en juego en el proceso educativo y de los recursos que pueden ser utilizados en el mismo. Es importante entender la idoneidad didáctica como un punto de partida que aborda la instrucción de clase y la orienta hacia una mejora progresiva (Godino, 2012). Para ello, la idoneidad didáctica del EOS comprende de seis criterios:

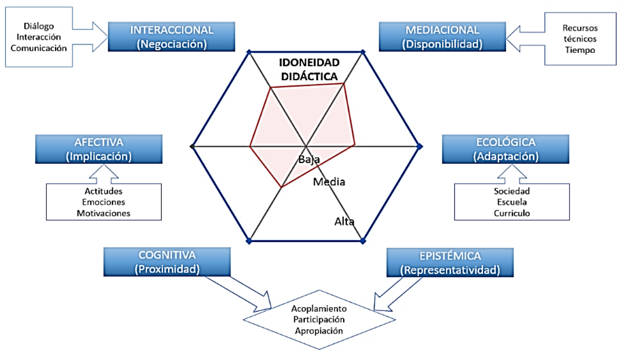
Tabla 1. Idoneidades didácticas

Idoneidad	Descripción
Epistémico	Grado de representatividad entre lo que se pretende enseñar en la escuela, respecto al objeto matemático a estudiar.
Cognitivo	Grado de aprendizaje de los estudiantes respecto lo que se pretende enseñar en la escuela.
Interaccional	Grado en que los tipos de interaccion dan la posibilidad de identificar y resolver conflicto de significado.
Mediacional	Grado de acondicionamiento de recursos materiales y temporales para ejecutar el proceso de enseñanza y aprendizaje.
Afectivo	Grado de implicación (interés, motivación) de los estudiantes en su proceso de estudio.
Ecológico	Grado en el que existe un ajuste entre directrices institucionales y la sociedad con el proceso de etudio. Asimismo, se tiene en cuenta las condiciones del entonrono en que se desarrolla este ajuste.

Fuente(s): Godino et al, (2013).

La *figura 1*, es una representación gráfica de lo que se pretende hacer, se debe entender el hexágono regular como la representación de un estudio planificado, que es el que supone el límite máximo que puedan alcanzar las idoneidades parciales; es decir, representa el ideal de lo que se quiere alcanzar por medio de la idoneidad didáctica. En ese sentido, el hexágono irregular interno muestra el grado de idoneidad que se ha logrado de manera efectiva en el desarrollo de un proceso de estudio implementado (Godino, 2011).

Figura 1. Hexágono de idoneidades didácticas.



Fuente: Adaptado de Godino, (2011).

2.2. Criterios de Idoneidad Didáctica

La ventaja de la *idoneidad didáctica* es la de servir como un instrumento que permite evaluar las prácticas de aula de los docentes de matemáticas que la imparten. Para darle un carácter operativo, el EOS ha desarrollado un sistema de indicadores que permiten guiar un análisis y dar una valoración. En la *tabla 3* se enmarcan algunos de estos indicadores junto a sus componentes.

Tabla 2. Criterios de idoneidad didáctica.

Idoneidad	**Componentes**
Epistémico	Errores, Precisión, Riqueza de procesos, Representatividad.
Cognitivo	Conocimientos previos, Adaptaciones curriculares respecto a las diferencias individuales, Aprendizaje.
Interaccional	Interacción docente-discente, Interacción entre discentes, Autonomía, Evaluación formativa.
Mediacional	Recursos materiales, Número de alumnos, horario y condición del aula, Tiempo
Afectivo	Intereses y necesidades, Actitudes, Emociones.
Ecológico	Adaptación al currículo, Apertura hacia la innovación didáctica, Adaptación socio profesional y cultural. Conexión intra e intradisciplinar.

Fuente: Godino et al. (2013).

3. Marco metodológico

El interés por estudiar las prácticas de aula de los docentes en servicio enmarco la investigación en un *Estudio de Caso* (Cohen y Manión, 1999). Enfocándose en las acciones que realizan los profesores en sus clases de matemáticas al abordar los métodos de solución de los sistemas de ecuaciones lineales 2 x 2 (que para efectos de éste artículo se centran en el tratamiento que dieron al método de solución gráfico). Estas acciones fueron contrastadas con los *criterios de idoneidad didáctica*.

3.1. Contexto

El proceso formativo se desarrolló en la Institución Educativa Narciso José Matus Torres del municipio de Villavicencio (Colombia). Esta institución contaba con nueve profesores de matemáticas que oscilaban entre los 30 y 50 años de edad. Para el trabajo de campo, se invitó a los docentes a participar en el proceso reflexivo a través de una reunión del área de matemáticas autorizadas por los administrativos docentes. Cinco profesores aceptaron hacer parte del proceso formativo, cuatro profesores de básica secundaria y una profesora de educación básica primaria.

Para este artículo se expone el trabajo realizado por dos profesores (Los cuales se denominarán profesor 1 y profesor 2). Ambos licenciados en matemáticas y física de la misma universidad pública y con una maestría en tecnológicas digitales aplicadas a la educación. En el año 2019 cumplieron 10 y 8 años de experiencia docente respectivamente. Los participantes del estudio no tuvieron ningún problema con en número de clases a grabar y seleccionaron la temática *métodos de solución de sistemas de ecuaciones 2 x 2.* Las clases del profesor 1 fueron grabadas en el año 2018 y las del profesor en el año 2019.

3.2. Protocolo

Los principales instrumentos fueron registros de audio y video de cada una de las clases de matemáticas de los profesores participantes del estudio. Al estar interesados en las prácticas de aula de los docentes es importante: las indicaciones del profesor a sus alumnos, los tipos de interacciones, la manera en que se organiza el salón, las formas de participación, etc. Como afirma Hernández, Fernández y Baptista (2014) la acción de observación significa estar atento a los pequeños detalles de lo que sucede. Además, el uso de videograbación tiene la ventaja de poder ser analizada meticulosamente, por esa característica de repetirse y detenerse cuántas veces sea necesario; además, si se quiere, puede ser estudiada nuevamente con otros jueces, protocolo o escalas (Martínez-Rizo, 2012). Otro instrumento de análisis fue la transcripción de las videograbaciones de cada una de las sesiones de clase.

Con los videos de las clases de cada profesor y sus respectivas transcripciones, se dispuso a realizar un análisis preliminar, este consistió en identificar las *Configuraciones Didácticas (*CD*)* que se observaban en las mismas. Para el estudio, una CD es un fragmento de clase en la cual se comienza una tarea (situación problema, pregunta, ejercicio), se da por finalizada cuando el docente establece que se ha solucionado y plantea otra. En éste análisis preliminar, las posibles CD se anotaban en una columna de observación del formato de transcripción indicando su inicio y final, asimismo en esta misma columna se hacían observaciones que pudieran ser de interés de algunos de los cinco niveles del análisis didáctico. Esta revisión se hizo una segunda vez para corroborar si el fragmento de clase correspondía efectivamente a una CD. De acuerdo a este criterio y centrado en las clases del método de solución gráfico se obtuvieron 21 CD en una clase para el profesor 1 y 6 CD para el profesor 2, cada uno en un promedio de dos clases.

4. Resultados

En este apartado se presenta el *análisis didáctico* de cada uno de los profesores participantes del estudio. Es importante aclarar que en el presente artículo solo se describen las clases centradas en el estudio de los tipos de solución de un sistema de ecuaciones lineales 2 x 2, la investigación de la que proviene abarca también métodos de solución algebraico, los cuales pueden ser consultados en el estudio original.

Para la presentación de estos resultados, en primer lugar, se realiza una contextualización de las clases analizadas, donde se exponen las principales actividades realizadas en las sesiones. Después, se muestran los cuatro niveles descriptivos del *análisis didáctico*, comenzando por la *identificación de las prácticas matemáticas*, seguido por la descripción de los *objetos y procesos matemáticos*, *análisis de las interacciones didácticas*, y la *identificación de las normas y meta-normas*. Finalmente, se hace la *valoración de la idoneidad didáctica* de cada trayectoria. Es importante señalar que la contextualización de las clases y el primer nivel de análisis (*identificación de las practicas matemáticas*) se presentan de manera separada para cada profesor, los demás niveles de análisis se presentan en conjunto.

4.1. Contextualización de clases e identificación de prácticas matemáticas del Profesor 1.

El profesor 1, para la grabación de clases, seleccionó a un grado noveno de básica secundaria perteneciente a la jornada de la mañana (6:15 am a 12:15 pm). En relación al grupo de estudiante, se trató de un grupo heterogéneo de 39 alumnos (20 hombres y 19 mujeres), que mostró una actitud positiva frente a la asignatura y a nivel disciplinario no se observaron dificultades que impidieran el correcto desarrollo de las clases.

Tabla 3. Distribución de las sesiones y configuraciones didácticas del profesor 1.

SESIÓN	*DESCRIPCIÓN*	*CD*
1	Introducción al concepto de sistema de ecuación lineal 2 x 2. Introducción al método de solución gráfico. Tipos de solución (solución única, sin solución e infinitas soluciones). Al finalizar la clase se propone el primer taller.	CD1 a CD8
2	Revisión y corrección del primer taller. Introducción al método de sustitución.	CD9 a CD21

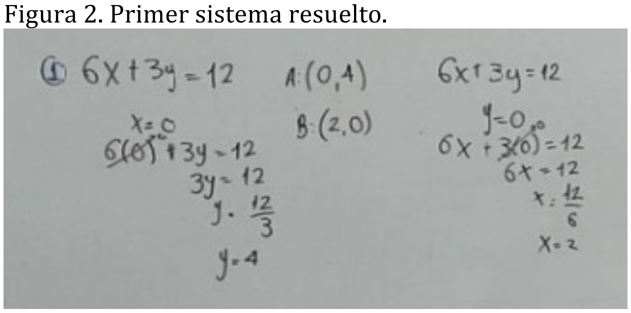
Fuente: Elaboración propia.

La primera sesión inicia recordando cómo se grafica una recta, temática trabajada en sesiones previas. Particularmente, el profesor 1 enfatiza en una estrategia para obtener dos puntos de la recta:

i. Para obtener un primer punto, remplazar $x = 0$ y después despejar la incógnita ´y´ de la ecuación resultante.
ii. Para obtener el segundo punto, remplazar $y = 0$ y después despejar la incógnita ´x´ de la ecuación resultante.

En la *figura 2*, se muestra un registro fotográfico de un primer ejemplo explicado por el docente. A partir de la construcción de las dos rectas cuestiona a los estudiantes sobre las maneras en que se comportan estas rectas. A partir de ahí, se estudian los tres tipos de solución: única solución *[CD1],* no tiene solución *[CD3]* y soluciones infinitas *[CD4].*

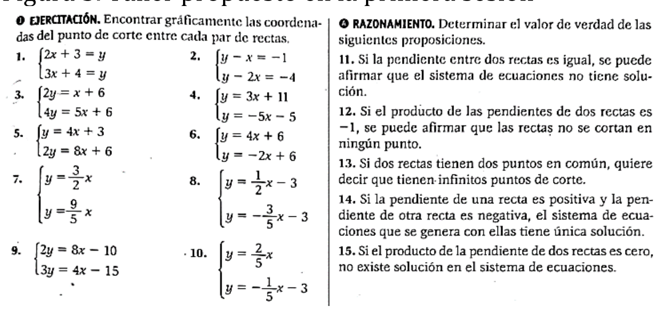
Figura 2. Primer sistema resuelto.



Fuente: Registro fotográfico.

Posteriormente, se propone a los estudiantes una guía de trabajo, ver *figura 3.*

Figura 3. Taller propuesto en la primera sesión



❶ EJERCITACIÓN. Encontrar gráficamente las coordenadas del punto de corte entre cada par de rectas.

1. $\begin{cases} 2x+3=y \\ 3x+4=y \end{cases}$
2. $\begin{cases} y-x=-1 \\ y-2x=-4 \end{cases}$
3. $\begin{cases} 2y=x+6 \\ 4y=5x+6 \end{cases}$
4. $\begin{cases} y=3x+11 \\ y=-5x-5 \end{cases}$
5. $\begin{cases} y=4x+3 \\ 2y=8x+6 \end{cases}$
6. $\begin{cases} y=4x+6 \\ y=-2x+6 \end{cases}$
7. $\begin{cases} y=\frac{3}{2}x \\ y=\frac{9}{5}x \end{cases}$
8. $\begin{cases} y=\frac{1}{2}x-3 \\ y=-\frac{3}{5}x-3 \end{cases}$
9. $\begin{cases} 2y=8x-10 \\ 3y=4x-15 \end{cases}$
10. $\begin{cases} y=\frac{2}{5}x \\ y=-\frac{1}{5}x-3 \end{cases}$

❹ RAZONAMIENTO. Determinar el valor de verdad de las siguientes proposiciones.

11. Si la pendiente entre dos rectas es igual, se puede afirmar que el sistema de ecuaciones no tiene solución.
12. Si el producto de las pendientes de dos rectas es -1, se puede afirmar que las rectas no se cortan en ningún punto.
13. Si dos rectas tienen dos puntos en común, quiere decir que tienen infinitos puntos de corte.
14. Si la pendiente de una recta es positiva y la pendiente de otra recta es negativa, el sistema de ecuaciones que se genera con ellas tiene única solución.
15. Si el producto de la pendiente de dos rectas es cero, no existe solución en el sistema de ecuaciones.

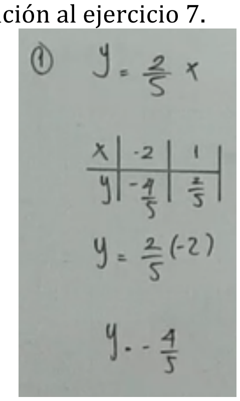
Fuente: Registro fotográfico del taller.

Antes de finalizar la sesión se desarrollaron los tres primeros puntos del taller. Para los dos primeros, el docente pasa a los estudiantes al tablero [CD5 y CD6] y él realiza el tercero [CD7]. El estudiante deja como tarea culminar los ejercicios del 1 al 10.

La segunda sesión inicia con la aclaración de dudas del taller anterior, los estudiantes mostraron dificultades para graficar las rectas del ejercicio 7 con el método que se les enseño. Esto sucede porque la estrategia vista en la clase anterior busca los puntos de corte de la recta con el eje x e y respectivamente, cuando se replican estos pasos en las ecuaciones del ejercicio 7, al ser rectas de la forma $\boldsymbol{y = mx}$, los cortes coinciden en el punto (0, 0) y no se obtiene otro para graficar la recta.

Ante esto, el profesor les indica otra estrategia para hacerlo, a partir de una *relación funcional*. Esta consiste en construir una tabla tabular y dar dos valores distintos a ´x´ para remplazarlos en las ecuaciones [CD9], ver *figura 4*. Sin embargo, el docente no descarta la primera estrategia, esto se presume porque, en el ejercicio 10, él sugiere a los estudiantes usar una tabla de valores para graficar la primera recta y utilizar el método de la clase anterior para graficar la segunda [CD10].

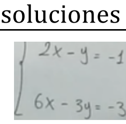
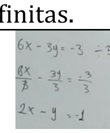
Figura 4. Resolución al ejercicio 7.

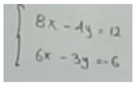
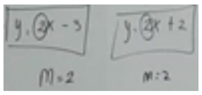


Fuente: Registro fotográfico.

Después de terminar de contestar las dudas de los estudiantes, el profesor les realiza una pregunta *¿cómo identificar el tipo de solución sólo con la expresión algebraica?* [*Intervención 35, clase 2, Profesor 1*] esta pregunta va dirigida a que los estudiantes puedan identificar el comportamiento de las rectas sólo analizando la expresión algebraica. Sin embargo, como se muestra en la *tabla 4*, si bien algunos estudiantes daban sus aportes es el docente quien termina dando respuesta a esta tarea.

Tabla 4. Configuraciones didácticas 11 a la 13.

Configuración didáctica CD11
Proposición pretendida: Si la primera ecuación es equivalente a la segunda, entonces el sistema tiene soluciones infinitas.
Explicación: Utiliza ejemplos particulares a partir del lenguaje algebraico.  
Expresión: "Un sistema de ecuaciones lineales tiene solución infinita si se puede simplificar" [Intervenciones del profesor 64 y 66, clase 1].

Configuración didáctica CD12
Proposición pretendida: Si dos rectas tienen pendientes iguales al llevarlas de la forma $y = mx + b$, entonces el sistema de ecuaciones lineales no tiene solución.
Explicación: Utiliza ejemplos particulares:  
Expresión: "Bueno, pues resulta que cuando las pendientes son iguales, las rectas son paralelas y ya sabemos que entonces que es un sistema de ecuaciones cuando las pendientes son iguales, las rectas quedan en la gráfica paralelas, y por lo tanto, no tienen solución" [Intervención 78, Profesor 1, clase 2].
Configuración didáctica CD13
Proposición pretendida: Si las pendientes de dos rectas tienen signo contrario entonces el sistema de ecuaciones tiene una solución única
Explicación: Utiliza una representación gráfica que representa una generalidad. Hay una conversión del lenguaje: interpretación del lenguaje algebraico al lenguaje gráfico. 
Expresión: "Cuando las pendientes sean de signos contrarios, yo tengo la certeza de que se van a cruzar en algún punto. Pero ahora pregunto, será suficiente, siempre que las pendientes sean de signos contrarios ¿siempre se van a encontrar?" [Intervención 86, Profesor 1, clase 2]

Fuente: Elaboración propia.

Después de mostrar la última conjetura [CD13], el docente continua con el desarrollo de la parte 2 del taller (ejercicios del 12 al 15, ver *figura 3*). En estos ejercicios, los estudiantes deben determinar el valor de verdad de las proposiciones matemáticas propuestas. Se utiliza la misma metodología de socialización de la actividad anterior, en la *tabla 5* organiza esta información.

Tabla 5. Configuraciones didácticas 14 a la 15.

Configuración didáctica CD14
Ejercicio propuesto: 11. Si la pendiente entre dos rectas es igual, se puede afirmar que el sistema de ecuaciones no tiene solución**.**
Intervención: "Verdadero, porque si tienen la misma pendiente van a ser paralelas no va a tener solución" [Intervención 97 (clase 2), estudiante 15]
Configuración didáctica CD15
Ejercicio propuesto: 12. Si el producto de las pendientes de dos retas es -1, se puede afirmar que las rectas no se cortan en ningún punto.
Intervención: "…resulta que hay una definición de rectas perpendiculares, que dice, que una recta es perpendicular a otra, cuando el producto de sus dos pendientes es igual a menos uno, siempre es así, dos rectas son paralelas cuando las pendientes son iguales y perpendiculares, cuando…(Dibuja un par de rectas perpendiculares en el tablero)…"Bueno, hay una definición que dice, que si yo tomo la pendiente de esta recta y la multiplico por la pendiente de esta recta (dice el profesor señalando primero la recta que forma el eje x y después el eje y) el resultado de este producto debe dar menos uno porque ambas rectas son perpendiculares, es decir, que las rectas son perpendiculares, si el producto es menos uno…"[Intervención 102 (clase 2), Profesor 1].
Configuración didáctica CD16
Ejercicio propuesto: 13. Si dos rectas tienen dos puntos en común, quiere decir que tienen infinitos puntos de corte.
Intervención: "… (El profesor dibuja en el tablero dos puntos encima de una recta que ya está dibujada) …; ya miramos que tenemos una recta con estos dos puntos (señala la gráfica del tablero) y se supone que la otra va a tener esos dos mismos puntos y al trazarla que pasa" [Intervención 106 (Clase 2), profesor 1] "Queda encima" [Intervención 107 (Clase 2), Estudiante 26] "Entonces, si una queda encima de la otra ¿tienen infinitos puntos de corte? (Si, contestan en coro los estudiantes)" [Intervención 108 (Clase 2), profesor].
Configuración didáctica CD17
Ejercicio propuesto: 14. Si la pendiente de una recta es positiva y la pendiente de otra recta es negativa, el sistema de ecuaciones que se genera con ellas tiene única solución.
Intervención:

"Verdadero, porque cuando estábamos viendo las gráficas de antes, para ser solución única tenía que tener por lo menos una característica que una pendiente fuera positiva y otra negativa." [Intervención 113 (clase 2) Estudiante 23]
Configuración didáctica CD18
Ejercicio propuesto: 15. Si el producto de la pendiente de dos rectas es cero, no existe solución en el sistema de ecuaciones.
Intervención: "(Después de mostrar un ejemplo de la situación a los estudiantes) Falso, porque si una de las dos pendientes es cero, el sistema tiene solución y ya. ¿Si entendieron como se comprueba eso? (los estudiantes asienten en modo de confirmación). Y ese es un argumento comprobable y válido. Les repito, es falso, porque al graficar una función con pendiente cero y una función con pendiente diferente de cero, da un sistema con solución única…"[Intervención 124 (clase 2, Profesor)]

Fuente: Elaboración propia.

Al terminar esta actividad el profesor indaga con sus estudiantes acerca de lo que se ha trabajado hasta el momento [CD19]. Finalmente, establece que al estudiar las gráficas de las rectas ya han trabajado un primer método de solución de los sistemas de ecuaciones, el *método gráfico* (no se habia institucionalizado hasta el momento). Asimismo, manifiesta que este método es pertinente para identificar el tipo de solución que puede tener un sistema de ecuaciones, pero, que, si este es de solución única, el método gráfico puede fallar en exactitud si la solución no son números enteros [CD20]. Bajo esta premisa destaca la importancia de utilizar otros métodos que permitan obtener soluciones exactas, culminando la clase con la explicación de los pasos para el método de sustitución. Al finalizar la clase, el profesor les pide a los estudiantes resolver un sistema de ecuaciones replicando los pasos de dicho método, [CD21].

4.2. Contextualización de clases e identificación de prácticas matemáticas del Profesor 2

El profesor 2, para la grabación de las clases, seleccionó un grado noveno de básica secundaria perteneciente a la jornada de la tarde (12:15 pm a 6:30 pm). El grupo consta de 39 estudiantes (24 hombres y 15 mujeres). En el transcurso de las sesiones, los estudiantes mostraron una actitud apática hacia los temas trabajados en la asignatura y se observaron algunas dificultades disciplinarias que impidieron un ambiente óptimo para su correcto desarrollo. En este caso el *profesor 2* abarco de manera superficial los tipos de solución de los sistemas, pasando directamente a métodos algebraicos y no abordo el método gráfico.

Tabla 6. Distribución de las sesiones y configuraciones didácticas del profesor 2.

Sesión	*Descripción*	*Configuraciones didácticas*
1	Definición de sistemas de ecuaciones 2 x 2. Diferentes tipos de soluciones en un sistema de ecuaciones 2 x 2. Método de igualación.	CD1 A CD6

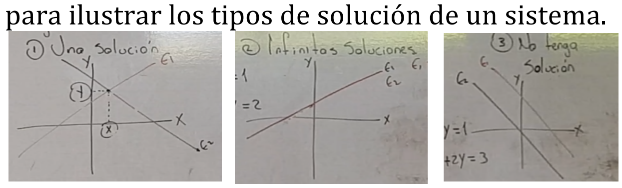
Fuente: Elaboración propia.

La sesión inicia cuando el profesor presenta la definición del sistema de ecuaciones lineales como: "*Dos ecuaciones con dos incógnitas*" a partir de esto, escribe en el tablero la forma general de un sistema de ecuaciones 2 x 2, acompañado de un ejemplo particular [CD1]:

$$\begin{matrix} \boldsymbol{ax_1 + by_1 = c} \\ \boldsymbol{ax_2 + by_2 = c} \end{matrix} \qquad \begin{cases} \boldsymbol{3x + 3y = 6} \\ \boldsymbol{-4x + 2y = 1} \end{cases}$$

Después, el profesor les dice a los estudiantes que un sistema de ecuaciones puede tener tres tipos de solución y realiza un esquema en el tablero para cada una de ellas. [CD2].

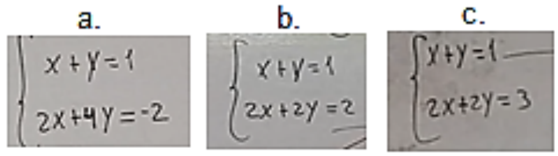
Figura 4. Tres gráficos dibujados por el profesor para ilustrar los tipos de solución de un sistema.



Fuente: Foto extraída de las videograbaciones de clase.

Para complementar la idea anterior, escribe al lado de cada una de estas representaciones gráficas un ejemplo particular de un sistema de ecuación que tenga ese tipo de solución.

Figura 5. Tres ejemplos para ilustrar los tipos de soluciones de un sistema de ecuaciones 2 x 2.



Fuente: Foto extraida de las videograbaciones de clase.

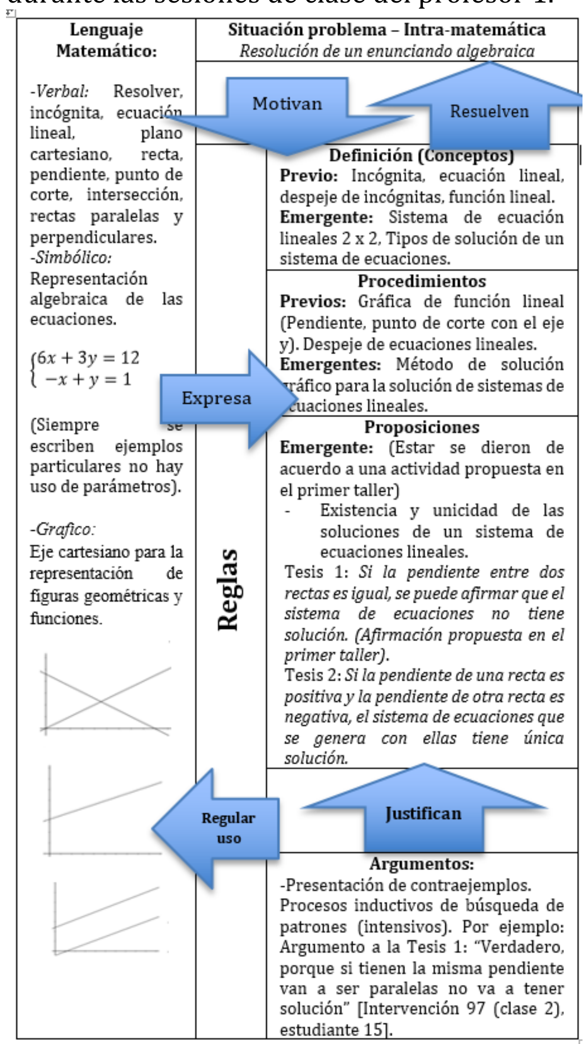
Para los sistemas de ecuaciones lineales que tienen solución el profesor escribió el ejemplo mostrado en la *figura 5a*. En este sólo indicó que tenía solución y que más adelante les iba a mostrar cómo se encontraba. Para los sistemas de ecuaciones lineales con infinitas soluciones, el profesor 2 dijo a sus estudiantes "*Fíjense en el sistema de ecuación en donde tiene infinitas soluciones, en ese la segunda ecuación es el doble de la primera, como si en la primera se multiplicaran por dos y la segunda fuera el resultado. Prácticamente es la misma ecuación. ¿Listo?" [Intervención 37, Clase 2, Profesor 2].* El profesor no dio ningún argumento a sus estudiantes sobre el ejemplo de la *figura 5c* que representaba cuando un sistema no tiene solución [CD3]. Pasado los ejemplos, el profesor paso inmediatamente a explicar el método de igualación

4.3. Descripción de objetos y procesos matemáticos

Al estudiar *los sistemas de ecuaciones lineales* 2 x 2 se observa el uso de lenguajes verbales y simbólicos. De acuerdo a Pochulu y Font (2011) estos lenguajes son la parte ostentiva de una serie de conceptos, proposiciones y procedimientos que intervienen en la elaboración de argumentos para decidir si ciertas prácticas de aula son pertinentes o no. Esto implica que cuando el docente ejecuta una práctica matemática pone en funcionamiento un conjunto conformado por situaciones problema, lenguaje, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos. Estos elementos se articulan en *configuraciones epistémicas* (*figura 6 y 7*).

La importancia de estructurar los elementos presentes en la práctica y organizarlos en una configuración epistémica permite destacar ciertos aspectos de especial interés al analizar una clase.

Figura 6. Configuración epistémica observada durante las sesiones de clase del profesor 1.

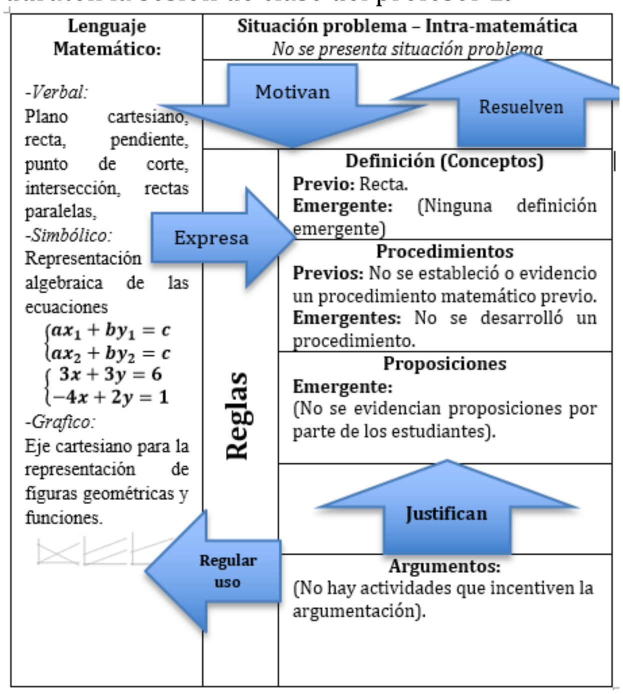


Fuente: Elaboración propia.

En el caso de las sesiones de trabajo del profesor 1, los problemas para iniciar el tema pertenecen a contextos intramatemáticos. El profesor se valio de los temas trabajados previamente (ecuación de la recta) para justificar un procedimiento mecánico: *encontrar dos puntos de corte de la recta* (procedimeinto visto en la *figura 2*). Sin embargo, éste no fue suficiente porque tuvo dificultad con uno de los ejercicios propuestos más adelante, ésta es descrita más a detalle en el *apartado 4.3.*

Asimismo, en el transcurso de la clase (en la socialización de los puntos 11 al 15 del taller) los estudiantes debían validar o negar una proposición. Es importante resaltar que este tipo de actividades tienen el potencial de ampliar las *procedimientos, proposiciones y argumentos* abarcados en el proceso de enseñanza, sin embargo, como se explica más adelante la dinámica interaccional de la clase no permitió un mejor desarrollo de estos.

Figura 7. Configuración epistémica observada duraten la sesión de clase del profesor 2.



Fuente: Elaboración propia.

El profesor 2 no presento una situación problema a los estudiantes, la introducción al concepto consistió en un discurso expositivo haciendo uso de la representación simbólica y gráfica. Si bien el docente menciona como concepto previo la recta, lo hace para justificar la construcción de los gráficos en el tablero y mostrar los tipos de solución. No hubo actividades que permitieran explorar este conocimiento previo ni una que desembocara en definiciones, procedimientos y proposiciones nuevas. En consecuencia, no existió espacios durante la clase y/o actividades para que los estudiantes argumentarán. El hecho de no institucionalizar esta construcción gráfica implica el desconocimiento por parte de los estudiantes al método de solución gráfico de los sistemas de ecuaciones. Se observó una premura por iniciar con los métodos algebraicos.

En relación a los *procesos matemáticos,* de modo general, se pueden observar:

Profesor 1:

- *Representación-Significación:* En el transcurso de la clase el profesor 1 busco trabajar en conjunto la representación gráfica y simbólica que permitiera evocar características del objeto matemático, que para este caso se apoyó de la representación gráfica funcional de las ecuaciones para estudiar la existencia y unicidad de las soluciones de un sistema de ecuaciones lineales 2 x 2.
- *Particularización-Generalización:* En la primera sesión de clase se puede ver que el profesor busca que a partir de ejemplos particulares se caracterice los tipos de solución de un sistema de ecuación lineal 2 x 2. En la segunda sesión, el profesor buscó ir más allá, lograr que los estudiantes infirieran en relación al tipo de solución de un sistema de ecuaciones desde su representación simbólica, sin necesidad de realizar la conversión a la representación gráfica [CD11-CD18]. Sin embargo, no hubo una participación muy activa, solo en CD14 y CD17 los estudiantes utilizaron una conjetura trabajada previamente.
- *Institucionalización-personalización:* Se busca *institucionaliar* el método gráfico a partir de la *algoritmización* (mecanización) de una estrategia que consiste en encontrar los puntos de corte de la recta. Sin embargo, se institucionalizo una segunda estrategia para las rectas de la forma $y = mx$, a través de la construcción de una tabla de valores.

Profesor 2:

- *Institucionalización-Personalización:* El profesor busca institucionalizar los tipos de solución a a partir de la representación gráfica. Sin embargo, lo hizo de manera expositiva sin ninguna actividad que permitiera a los estudiantes explorar este objeto matemático.

4.3. Análisis de interacciones didácticas

En relación a los tipos de interacciones didácticas que ocurren en el proceso de enseñanza, se centra la atención en los *conflictos semióticos*. Estos se entienden como cualquier diferencia o desacuerdo de dos sujetos frente al significado atribuido a una expresión. Pochulu y Font (2011), clasifica los conflictos en tres tipos:

- *Conflicto semiótico (epistémico):* Diferencia producida entre el sujeto y los significados institucionales.
- *Conflicto semiótico (cognitivo):* Diferencia entre prácticas que se crean en el significado personal de un mismo sujeto.
- *Conflicto semiótico (interaccional):* Cuando existe un desacuerdo que se da entre las prácticas (discursivas y operativas) de dos personas diferentes en interacción comunicativa. Estos desacuerdos se pueden dar entre alumnos o entre alumno y profesor.

A continuación, se presentan conflictos semióticos identificados en las sesiones de clase del *profesor 1*:

Conflicto semiótico (epistémico) 1: En varias ocasiones el profesor afirma que el método gráfico no es útil cuando no se puede encontrar el valor numérico de las coordenadas de intercepción, inclusive, afirma que el método sólo es útil cuando tiene soluciones enteras:

> Esa es la dificultad de este método. Solo se aplica cuando las soluciones son números enteros. Ya cuando son otro tipo de solución acudimos a otro método, pero igual es bueno conocerlo. ¿listo, claro hasta ahí? [Intervención 43, Clase 1, Profesor 1]
>
> Si, que cuando la solución es infinita, yo puedo decir que la solución es infinita y listo, no tiene pierde. Que cuando no tiene solución, también solo puede decir que no hay ningún inconveniente. El problema es cuando la solución es única y me da un sistema de ecuaciones que no se puede determinar el signo, por ejemplo, vamos a hacer una recta que va a pasar por acá (traza la recta en la gráfica y traza otra recta igual a la segunda ecuación del sistema anterior) y el punto de corte es este (señala el punto de corte entre las dos rectas). Bueno, entonces si el punto de corte es ese, ¿cuánto vale "x" y cuánto vale "y"?, ¿Puedo decirlo con certeza? (No, contestan los estudiantes) No, entonces, para estos casos, que gráficamente yo no puedo ver la solución ¿Qué hago? Recurrir a otro método. [Intervenciones 137 y 139, Clase 2, Profesor 1]

Esto evidencia una visión sesgada del método gráfico que se utiliza sólo para dar una representación a los tipos de solución de los sistemas de ecuaciones, el método se resume a una serie de pasos para encontrar el punto de intersección entre las rectas (en el caso de que tenga solución), y las coordenadas de este punto se asocia a la solución del sistema. De acuerdo a Lasa (2015), la resolución gráfica implica más que eso, involucra que los valores desconocidos identificados hasta ese momento como incógnitas pasen a una dimensión más amplia, la de variables tanto independientes 'x' como dependientes 'y' se traduzcan de un enunciado verbal algebraico equivalente, y se toma hacia su dimensión funcional.

$$ax + by = c \quad \Rightarrow \quad y = \frac{-ax + c}{b}$$
$$cx + dy = e \quad \Rightarrow \quad y = \frac{-cx + e}{d}$$

Esta nueva dimensión funcional permite que se traduzca en representación gráfica del plano cartesiano. Al cual se puede implementar métodos de solución, por ejemplo, el de igualación para encontrar las coordenadas exactas donde se encuentra la solución exacta.

$$\frac{-ax + c}{b} = \frac{-cx + e}{d}$$

Esto implica que el término "*el método gráfico solo sirve cuando la solución es entera*" no sea cierto, al contrario, un buen manejo del método gráfico, (que Lasa (2015) lo refiere como una *resolución funcional*) exige el dominio de los métodos de solución de sistemas algebraicos. Este conflicto semiótico de carácter epistémico, desemboca en el conflicto semiótico (cognitivo) expuesto a continuación.

Conflicto semiótico (cognitivo) 1: En relación con el *conflicto semiótico (epistémico) 1*, las expresiones utilizadas por el docente en relación a "*el método gráfico sólo sirve cuando la solución es entera*" desvirtúa el potencial cognitivo de este tipo de métodos de solución. Porque esto impide que los estudiantes generen conexiones con los procedimientos algebraicos para resolver sistemas de ecuaciones lineales, de acuerdo al discurso del profesor, se establece una conexión como:

El método gráfico me permite identificar cuando tiene solución, no tiene solución o hay infinitas soluciones. Sí tiene solución finita pero esta no es entera…	$\Longrightarrow$	Utilizar otros métodos algebraicos que permitan dar una solución exacta.

Estudios como los de Mora (2001), señalan que el tratamiento geométrico paralelo a los métodos algebraico proporciona herramientas en el estudiante que le permiten interpretar, de manera más natural y fácil, los tipos de solución de un sistema de ecuaciones lineales. Por ejemplo, facilita la interpretación por parte del estudiante de expresiones como $0 = 0$ o $0 = 5$, cuando se estudian métodos algebraicos.

Conflicto semiótico (cognitivo) 2: En uno de los ejercicios del primer taller, los estudiantes manifestaron no poder solucionar el sistema de ecuaciones $\begin{cases} y = \frac{3}{2}x \\ y = \frac{9}{5}x \end{cases}$, por el método gráfico. [*CD9 (Clase 2), Profesor 1*]. El profesor les había enseñado la clase anterior un procedimiento que consistía en obtener dos puntos de la recta que representa la ecuación con $x = 0$ y $y = 0$ (ver un ejemplo de este método en la *figura 2*). Sin embargo, los estudiantes obtenían un solo punto en las dos ecuaciones (0,0), por lo cual, les impedía graficar la recta, tampoco identificaron que ese punto de origen era la solución del sistema de ecuaciones. El profesor optó por explicarles otra estrategia que consistía en construir una tabla de valores de dos puntos para cada una de las rectas, haciendo alusión a la *función lineal* visto en clases anteriores:

> Entonces vamos a tomar la primera ecuación que es $y = \frac{3}{2}x$, inclusive, se acuerdan que nosotros podemos graficarla de acuerdo a la pendiente, como esa pasa por el origen y contando, contando cuantos valores toma en "x" dos y en "y" tres, así se puede graficar. ¿Lo hacemos así o le damos valores en una tabla?" [Intervención 11, Clase 2, Profesor 1]

En CD9, el conflicto es potencial porque el profesor *institucionaliza* un procedimiento, en la clase anterior, que consiste en encontrar los puntos de corte de la recta con el eje 'x' y el eje 'y' para graficar las rectas y encontrar la solución del sistema de ecuaciones. Sin embargo, este método es fácil de aplicar para funciones afín, lo cual genera confusión en los estudiantes, optando por explicar otra estrategia:

Tabla 7. Estrategias de solución planteadas por el profesor 1.

Tipo de ecuación	*Estrategia*
Función afín ($y = mx + b$)	Encontrar los puntos de corte de la función ($x = 0$ y $y = 0$)
Función lineal ($y = mx$)	Realizar una tabla de valores con dos puntos de la recta. <table><tr><td>x</td><td>a</td><td>B</td></tr><tr><td>y</td><td></td><td></td></tr></table>

Fuente: Elaboración propia.

Esto puede ser un posible riesgo a la construcción del significado de función porque, el profesor, está más preocupado por enseñar una estrategia que resuelva los sistemas de ecuaciones que por la adquisición de los objetos matemáticos que intervienen, en este caso, el de función lineal y afín. Una estrategia que no es sencilla para el estudiante por el *conflicto semiotico (epistémico) explicado* anteriormente, porque implica el reconocimiento de la relación funcional entre variables.

A continuación, se presentan los conflictos semioticos identificados en la clase del profesor 2.

Conflicto semiótico (epistémico) 2: Cuando el profesor define un sistema de ecuaciones lineales, un estudiante le pregunta por los coeficientes que están en el sistema de ecuaciones [Intervención 27-28 (Clase 1, CD1, Profesor 2)]:

26	Estudiante 9	¿Puedo poner los números que yo quiera? (Lo dice cuando el profesor pasa del sistema de ecuaciones general al particular) $$\begin{aligned} \boldsymbol{ax_1 + by_1 = c} \\ \boldsymbol{ax_2 + by_2 = c} \end{aligned}$$ $$\begin{cases} \boldsymbol{3x + 3y = 6} \\ \boldsymbol{-4x + 2y = 1} \end{cases}$$
27	Profesor	No, el ejercicio te los da. Por ejemplo, este es un ejercicio de los que vamos a trabajar (señala el sistema que acaba de copiar en el tablero), el ejercicio viene planteado de esta forma y ahí sí, se resuelve… (Da por contestada la pregunta del estudiante y sigue explicando a todo el grupo) …

En este episodio de clase existen dos factores a tratar. En primer lugar, hay un error en la forma de escribir el sistema de ecuaciones de manera general, porque presumimos que los valores que deben tener los subíndices son los parámetros para establecer que estos no son iguales, ver *figura 8* . Aun así, no parece pertinente presentar de esta manera los sistemas de ecuaciones porque, exige por parte del estudiante, un *nivel alto de algebrización* en que interprete el *parámetro* como *generalizador* para distinguirlo de las variables y la generalidad de la expresión del sistema (Godino, Neto, Wilhelmi, L, Etchegegaray, & Lasa, 2015).

Figura 8. Error en la escritura del sistema de ecuaciones.

$$\begin{matrix} \boldsymbol{ax_1 + by_1 = c} \\ \boldsymbol{ax_2 + by_2 = c} \end{matrix} \quad \textbf{Debe ser} \quad \begin{matrix} \boldsymbol{a_1x + b_1y = c_1} \\ \boldsymbol{a_2x + b_2y = c_2} \end{matrix}$$

Fuente: Elaboración propia.

En segundo lugar, la respuesta que da el profesor [Intervención 27], es poco pertinente porque genera una imagen de la matemática como un producto acabado, sin darle un sentido al objeto matemático. Estas situaciones pueden generar en el estudiante un conflicto en la construcción de significado de sistema de ecuaciones, variable e incógnita.

Conflicto semiótico (epistémico) 3: Cuando el profesor muestra los tres tipos de soluciones en el tablero, *ver figura 5* un estudiante no comprende cuál es la conversión entre la representación simbólica y gráfica que quiere mostrar el profesor [CD4].

39	Profesor	… ¿Qué debieron haber aprendido hasta ahorita?, el cuándo es una ecuación dos por dos, que es cuando hay dos incógnitas y dos ecuaciones. Eso fue lo primero que vimos, el identificar un sistema dos por dos. Lo otro que hemos visto, son los tres posibles resultados, cuando tienen una única solución, cuando tienen infinitas soluciones y cuando no tienen solución. Ahorita si vamos a empezar a trabajar como se solucionan.
40	Estudiante 15	Profe, lo que no sé, es como se hace para trazar la recta, usted la puede trazar como quiera o la misma ecuación le da el cómo trazarla (Se refiere a las gráficas de la *figura 5*).
41	Profesor	Hasta el momento solo son ejemplos, yo trace las rectas cómo al azar, pero mostrando las características de sus soluciones, porque son los posibles resultados que pueden encontrar.
42	Estudiante 10	Si la gráfica me queda mal, ¿afecta todo?
43	Profesor	Si, pero por ahora no vamos a graficar, vamos a hacer solución, haciéndolo matemáticamente. ¿Listos, puedo borrar?

Se está ante un conflicto semiótico potencial, pues el profesor "muestra" la representación gráfica para analizar los tipos de soluciones de un sistema de ecuaciones desconociendo la interpretación que hacen los estudiantes. Además, al mencionar "*vamos a hacer solución, haciéndolo matemáticamente"*, desvirtúa el estatus que tiene la representación gráfica en el objeto matemático a estudiar.

4.4. Análisis de interacciones didácticas

Los procesos de enseñanza y aprendizaje que suceden en el salón de clases como actividad social, están ajustados por normas, convenciones, hábitos, costumbres, tradiciones, etc. Estos elementos que regulan los comportamientos de los estudiantes forman lo que el EOS define como dimensión normativa de los procesos de instrucción (Godino, Font, Wilhelmi y De Castro, 2009). Esta dimensión normativa se estudian desde las mismas seis dimensiones descritas en la idoneidad didáctica (epistémica, cognitiva, mediacional, interaccional, afectiva y ecológica). Si bien la dimensión normativa que se maneja en una clase de matemáticas son muy amplia, sólo se presentan las normas que pueden llegar a dar sentido a ciertos comportamientos observados en las clases.

Normas epistémicas

- El profesor es quien acepta las definiciones, teoremas y argumentaciones dadas por los estudiantes.

- El profesor es quien válida los resultados de los ejercicios propuestos en los diferentes momentos de la clase.

Normas interaccionales

Interacción docente-discente

- No hay interacción docente-discente a nivel individualizado.
- Prevalece el proceso instruccional expositivo en su mayoría de veces por parte del profesor.
- Se explicita la realización de clases expositivas y complementa con talleres que deben ser resueltos de manera individual.

Interacción entre discentes

- No existen espacios donde se facilite la interacción entre estudiantes.

Normas mediacionales

Recursos materiales

- No hay un uso de material manipulativo ni de software educativo. Los únicos recursos que se usan son los talleres en fotocopias, los cuadernos, el tablero y el marcador.
- La condición del aula también se puede considerar optima, cuenta con una buena distribución de espacio, los puestos y elementos como tablero se encuentran en buen estado.

Tiempo

- Se percibe en relación al profesor 2 que el tiempo planificado para el proceso de enseñanza del concepto no es el adecuado.

4.5. Valoración didáctica

Los cuatro primeros niveles buscan realizar una descripción y explicación de lo que sucedió en las trayectorias didácticas de los dos profesores participantes. La valoración didáctica, es el último nivel donde se busca evaluar la pertinencia de estas prácticas, esto se hace a través de seis idoneidades: *epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, afectiva y ecológica*. A continuación, se describe cada una de ellas:

Idoneidad epistémica: En cuanto a los *errores* se evidencia que el *profesor 1* limita el método de solución algebraico como objeto matemático que sólo es útil para estudiar sistemas de ecuaciones sin solución o con soluciones infinitas (descrito en el *conflicto semiótico (epistémico) 1*). Por otro lado, el *profesor 2* presento una imprecisión en la generalización de un sistema de ecuación lineal (*conflicto semiótico (epistémico) 2*).

En cuanto a la *precisión* al tratar el objeto matemático, en relación al profesor 1 de las clases se evidencia que se trabajó únicamente ejercicios intramatemáticos a través de enunciados algebraicos. El direccionamiento de las actividades estuvo enfocado a la *institucionalización* del método gráfico a través de la aplicación de una serie de pasos sin justificar las reglas que se dan a conocer y si bien el docente busca articularlo con el concepto de recta trabajado previamente, esto lo hace una articulación poco significativa del objeto matemático puesto en juego. Básicamente, a pesar de que la intención es explorar y analizar los tipos de solución a partir de la representación gráfica, los procedimientos que emergen de la clase básicamente se enfocan en procesos de *algoritmización*. Esto se evidencia en el *conflicto semiótico (epistémico) 1*, en el que se prioriza el enseñar una estrategia sin tener en cuenta los *conocimientos previos* y *dominios conceptuales* que le conllevan al estudiante, ver *tabla 8*.

Tabla 8. Estrategias propuestas por el profesor 1.

Estrategia	Manejo de la letra	Cuando utilizar
Para obtener un primer punto, remplazar $x = 0$ y después despejar la incógnita ´y´ de la ecuación resultante. Para obtener el segundo punto, remplazar $y = 0$ y después despejar la incógnita ´x´ de la ecuación resultante.	Se forman dos ecuaciones de primer grado que se deben despejar para obtener una pareja ordenada.	Para ecuaciones de la forma $\boldsymbol{y = mx + b}$
Realizar una tabla de valores y dar dos valores distintos a "x" para formar dos parejas ordenadas.	La ecuación pasa tener una relación funcional en la que las letras x e y, son variables.	Para ecuaciones de la forma $\boldsymbol{y = mx}$

Fuente: Elaboración propia.

No existió *precisión* en los procedimientos para enseñar el método de solución gráfico, esto se puede evidenciar en los *conflictos semióticos (epistémicos) 2 y 3*, descritos en el apartado 4.3. Estos evidencian una enseñanza de los conceptos muy improvisada, premeditada, e imprecisa que llegan a evidenciar errores al momento de formalizarlos matemáticamente. Asimismo, no se evidencio *variedad en la riqueza de procesos* porque no se propuso actividades para los estudiantes.

En cuanto a la *representatividad,* el profesor 1, en el proceso de instrucción, exploró los tipos de soluciones de un sistema de ecuaciones lineales a través de su representación gráfica y simbólica, y realizo procesos de traducción entre estos tipos de representación. Por ejemplo, indagando sobre posibles conjeturas de cómo identificar que un sistema de ecuaciones tiene o no tiene solución observando características de su representación, simbólica (cuando al hacer una transformación a la expresión algebraica se forman dos expresiones equivalentes), o despejando las ecuaciones para observar que las pendientes son iguales [CD11 a CD13]. A pesar de que esto pudo dar oportunidad a establecer una *riqueza de procesos*, en cuanto a que planteo situaciones para identificar regularidades y actividades donde el estudiante debía argumentar la validez de una afirmación, los espacios y dinámicas de participación establecidas en la clase impidió que fueran más provechosas (inconvenientes en la *idoneidad interaccional*).

En cuanto al profesor 2, no existe una *representatividad* del objeto matemático a estudiar, la trayectoria didáctica se centró en explorar los sistemas de ecuaciones lineales desde una representación simbólica. Si bien el docente utilizó la representación gráfica para describir los tipos de solución de un sistema de ecuación [CD 2], se mostró de manera superficial y poco explorada o experimentada por los estudiantes. Se presume el docente asumió como un conocimiento previo adquirido el graficar funcionales lineales, pero no identifica la asociación que tiene que hacer el estudiante a esa ecuación con el tema previo. Además, como se mencionó en el *apartado 4.2*. se evidencia que el profesor 2 se apresura hacia la faceta procedimental.

Las dificultades evidenciadas en la *precisión, errores riqueza de procesos* y *representatividad* del objeto matemático, permite establecer que existe una baja idoneidad epistémica en la trayectoria didáctica dada por el profesor 2.

Interacción cognitiva: En relación a los *conceptos previos*, los dos profesores evidencian la ecuación de la recta como principal concepto previo para comenzar a estudiar los *sistemas de ecuaciones lineales 2 x 2.* Sin embargo, lo asumieron de manera diferente. El profesor 1 abarco este concepto previo para que los estudiantes explorarán los tipos de solución a través de la construcción de rectas. Mientras que el profesor 2 asumió que los estudiantes lo conocían y que comprenderían la representación gráfica mostrada para diferenciar los tipos de solución. Sin embargo, Alcocer (2007) señala que abordar este método así puede generar una dificultad *los estudiantes establecen la solución del sistema de ecuaciones lineales como puntos de intersección de las rectas del sistema*, si bien esto parecería correcto, cuando se les presenta tres rectas dibujadas en un plano interceptándose en un triángulo, lo estudiantes pueden establecer que el sistema tiene tres soluciones. Esto tiene una implicación importante, no basta “mostrar” los procedimientos de solución de sistema gráfico sino se generan actividades de traducción de éste sistema al algebraico.

En cuanto a los *aprendizajes,* si se evalúa el alcance de los significados pretendidos, se podría decir que sí, porque los estudiantes aprendieron lo que, presumimos, el profesor 1 pretendía enseñar, el *método de solución gráfico* y a partir de su construcción establecer el tipo de solución. Sin embargo, como se explicó en la *idoneidad epistémica* el proceso se redujo a un proceso de mecanización, sin saber por qué, lo que conlleva a que los estudiantes podrían tener dificultades como las que menciona Alcocer (2007). Como establece Font (artículo de la clase funcional) una baja idoneidad epistémica desemboca en que los contenidos enseñados estén distanciados de lo que saben los estudiantes. En el caso del *profesor 2* no se puede evidenciar *aprendizajes* porque no se vislumbró un proceso evaluativo que permitiera percibir que tanto estaban aprendiendo los estudiantes.

Por otro lado, no se observan *adaptaciones curriculares a diferencias individuales,* en los dos profesores se percibe una preocupación por cumplir con lo planteado en plan de aula, abarcar todos los métodos de solución de los sistemas de ecuaciones.

Los conflictos epistémicos expuestos en el apartado 4.3 no fueron resueltos, sumado a las dificultades expuestas en cuanto al *manejo de los conceptos previos, aprendizajes* y *adaptaciones curriculares* permite considerar que los procesos de instrucción de los profesores participantes son bajos.

Idoneidad Interaccional: En las clases se observa que existe una enseñanza que se realiza por imitación y asociación. Esto implica, que el aprendizaje se produce por la observación del docente considerado el "experto", mientras el alumno tiene un papel de "receptor" del proceso y sigue las indicaciones. Es de destacar que el *profesor 1* genera espacios de participación, con normas muy claras y ordenada, pero existen algunos aspectos que impiden sea un buen proceso de comunicación *docente-discente*. La gran mayoría de las preguntas propuestas por el docente se centraban en validar lo que el profesor previamente tenia diseñado, por lo tanto, el argumento sólo es aceptado o rechazado para continuar con un discurso previo. Un ejemplo de esto se da en [CD4, Intervención 79-102, Clase 1, Profesor 1].

79	Profesor	Bueno. Vamos a ver todos como nos queda la gráfica. (Dibuja el plano en el tablero). Listo, ahora pase usted al tablero y ubíqueme los puntos de la primera ecuación (dice señalando a un estudiante. El estudiante se levanta de su puesto y se dirige al tablero. Coge el marcador e indica donde quedan los puntos en la gráfica). Listo, bien y ahora los puntos de la segunda ecuación ¿dónde quedan?
80	Estudiante 1	Ahí mismo.
81	Profesor	Sí señor, ahí mismo, porque siguen siendo los mismos puntos. Entonces ¿Qué pasa? (el profesor coge la regla y traza la recta uniendo los puntos). Al trazar la recta, queda una sobre la otra. Ahora la pregunta es ¿Qué tipo de solución se presenta en este sistema?
82	Estudiantes	Infinita (contestan en coro).
83	Profesor	¿Por qué?
84	Estudiante 2	Porque las dos rectas siempre van a ir por la misma línea.
85	Profesor	Esa no es la respuesta. ¿Alguien tiene algo diferente que decir? ¿no? Entonces vamos a analizar. Primero, había solución única cuando se interceptaban en un punto, luego había no tiene solución cuando no se interceptaban en ningún punto y acá hay solución infinita (señala la gráfica del tablero) ¿Por qué? ¿En cuántos puntos se están interceptando estas rectas?
86	Estudiante 2	Infinitos.
87	Profesor	Exacto, porque yo puedo ubicar tantos puntos como pueda porque se extiende, porque esta una sobre la otra, por lo tanto, es una solución infinita.

En la intervención anterior, se observa que el profesor rechaza el aporte de los estudiantes 82 y 84, y al no recibir respuesta simplemente explica de nuevo hasta que en la intervención 86, el estudiante dice la respuesta correcta. Por otro lado, cuando el profesor planteo la tarea a los estudiantes de *¿cómo identificar el tipo de solución sólo con la expresión algebraica? [Intervención 35, clase 2, Profesor 1]*, si bien tenía el potencial de permitir procesos matemáticos como el de conjeturar y/o argumentar, el profesor no dio el tiempo u organizo el espacio para que los estudiantes contestaran a la pregunta, siendo el mismo quien "mostro" las regularidades.

En cuanto al profesor 2, no se puede evidenciar este aspecto porque el docente no dio espacios y/o actividades que observará la manera de trabajar de los estudiantes.

En resumen, la idoneidad interaccional es baja tanto para el profesor 1 como para el profesor 2. En el caso del profesor 1 las interacciones se enfocaron en preguntas del docente en las cuales el estudiante debe dar respuestas cerradas y específicas. Asimismo, se proponen actividades que no permiten *autonomía* en su trabajo ni la discusión de ideas entre estudiantes. En el caso del profesor 2, no hubo un espacio de interacción genuino fuera de hacer preguntas sobre lo que explicaba en clase y no se evidencio espacios de trabajo propios del estudiante.

Idoneidad mediacional: Respecto a los *recursos materiales*, tanto el *profesor 1* como el *profesor 2* no hicieron uso de recursos didácticos ni softwares educativo que apoyarán el proceso. Al no existir algún tipo de recursos de consulta como libro de texto guía este restringe a los apuntes de los estudiantes como único medio de consulta. En relación a las *condiciones de aula* se pueden considerar como pertinentes, con una distribución correcta de los estudiantes, con puestos y tablero en buen estado.

En relación al *tiempo*, una dificultad percibida a nivel institucional es la constante pérdida de clase, que, por dinámicas de la institución, no se recupera. Por ejemplo, el bimestre en el cual se realizó la grabación de las clases. Para el caso del profesor 1 se pudo cumplir con el 81% de las clases programadas y el profesor 2 un 80%. Esto podría explicar la premura del profesor 2 en la clase al abarcar el método gráfico.

Idoneidad afectiva: En relación a los *intereses y necesidades* no hay evidencia en ninguna de las sesiones de clase de los profesores, por fomentar la motivación, no se plantearon situaciones problemas reales ni cotidianos. El que la clase este dominada por unos principios donde el docente define los conceptos, propone algunos ejemplos, los resuelve a través de una clase magistral y no emplean situaciones problema que le den sentido a los conceptos, desemboca en que los estudiantes construyan un factor de *emociones* centrada en el rechazo y temor hacia las matemáticas por reflejarse en una imagen compleja y de lejano alcance. Lo anterior, implica una baja idoneidad afectiva para los procesos de instrucción de ambos profesores.

Idoneidad ecológica: En relación a los Estándares Curriculares, dentro de sus componentes esta *Identificar los diferentes tipos de métodos de resolución de un sistema de ecuaciones.* En cuanto al plan de estudios de la institución acorde a los *Derechos Básicos de Aprendizaje,* señala que, el estudiante debe estar en la capacidad de *Plantear sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas y resolverlos utilizando diferentes estrategias. Además, de reconocer cuándo un sistema de ecuaciones lineales no tiene solución.*

En el caso del *profesor 1*, las dos clases analizadas buscaron estudiar el *método gráfico* para explorar los tipos de solución de los sistemas de ecuaciones esto implica que de manera parcial busca alcanzar el *DBA*. Sin embargo, como se menciona en la *idoneidad cognitiva*, esta exploración de los tipos de solución estuvo muy dirigida porque el profesor encasillo el procedimiento de graficar a la mera ejecución de reglas o pasos, sin una concepción de lo que se está haciendo, una prueba de ello se observa en la sesión dos cuando los estudiantes manifiestan no poder graficar las rectas en el sistema $\boldsymbol{f(x)} = \begin{cases} \boldsymbol{\frac{3}{2}x} \\ \boldsymbol{\frac{9}{5}x} \end{cases}$, porque al implementar la estrategia que el profesor les enseño (encontrar los puntos de corte con el eje x e y de la recta) los estudiantes obtienen el punto (0,0), no se percatan de que este es la solución del sistema. El profesor termino estableciendo otra estrategia para construir la gráfica. Los *Estándares de Competencias de Matemáticas,* señalan que el *conocimiento procedimiental* debe ir más allá de ejecutar una serie de pasos, el estudiante debe estar en la capacidad de elaborar, comparar y ejercitar algoritmos, pero además debe argumentar sobre ellos y permitir evaluar si es correcto no el resultado obtenido. Esto implica una baja idoneidad ecológica.

En relación al *profesor 2* se considera una baja idoneidad ecológica porque el profesor evidencia un afán por institucionalizar los métodos algebraicos, "muestra" los tipos de solución sin buscar un *significado personal* en los estudiantes, no hubo discusión sobre los tipos de solución o un proceso de construcción propio de las gráficas y del porqué estos pasos funcionan, impidiendo construir en los estudiantes herramienta que le permita reconocer los tipos de solución en un sistema que es lo que busca parcialmente el *DBA*. Esto implica una baja idoneidad ecológica.

En resumen, de acuerdo a lo expuesto anteriormente, el proceso de instrucción seguido por el profesor 1 y 2 son de una baja idoneidad didáctica.

4.6. Entrevista posterior

Después de realizar la grabación de clase, los profesores participaron en una reunión en la que observaban parte de las clases descritas en el artículo, esto permitió profundizar en algunos análisis de la valoración didáctica. En una parte de la entrevista el investigador indagó sobre si era necesario abarbar todos los métodos de solución o se podría hacer de manera diferente. Las reflexiones giraron en torno a la pertinencia del uso del tipo de representación gráfico. Dentro de estas reflexiones se puede corroborar priorización del profesor 2 por los métodos algebraicos, desvirtuando la gráfica por ser inexacto al momento de ser construido por los estudiantes.

92	P2	Yo creo que se puede. Por ejemplo, yo en este caso no aborde el gráfico, pues porque yo pienso que el objetivo de los métodos es buscar la solución a un sistema, sí. Y por experiencia me he dado cuenta que el método gráfico, por un errorcito que usted cometa, que no pase bien por el punto, si… al extender, obviamente, es ángulo que está desviando (se refiere a la inclinación de la recta). Y los resultados… Es muy difícil que el muchacho le dé el resultado exacto.
93	P1	Pero fíjese PROFESOR 2, perdón lo interrumpo, que esa clase que estábamos viendo (se refiere a la clase 2 del Profesor 1) donde se acaba el método gráfico, les pregunto ¿Cuál es la dificultad que ustedes encuentran en este método? Inclusive hicimos un ejemplo, no recuerdo muy bien, hicimos un ejercicio dónde la solución no era entera. Ahí es donde ellos…bueno lo que yo buscaba era que identificarán que dijeran que el método sólo funciona para que cuando se identifica la solución que se cruzan en un punto donde la coordenada es un número entero, pero entonces ahora, hay uno métodos diferentes que son los que nos permiten obtener cualquier tipo de solución sin la necesidad de que tengamos que graficar.
94	P2	No, y aun así, cuando es entero a veces no les da, el chico…
95	P1	Se les dificulta hacer eso.
96	P2	Se les desvía tantico y ya no les va a dar el resultado.
97	P1	Pero si requiere …(precisión)
98	In	Bueno, yo preguntaría lo siguiente, respecto a lo que estamos manejando que es sistema de ecuaciones ¿Creen pertinente el método gráfico o no lo creen pertinente?
99	P1	No, yo si lo considero pertinente.
100	In	Tú me dices que no es pertinente por la inexactitud de las soluciones (Se refiere al PROFESOR 2).
101	P2	Sí, yo por eso no lo aborde .
102	P1	Yo si lo considero importante porque el método gráfico me da la visión al muchacho de los tipos de solución, y el sistema de ecuaciones hay que entender que tienen tres tipos de soluciones: hay una solución única, solución infinita. Y aparte, me da como la introducción a los demás, usted dice a sistemas de ecuaciones que se pueden solucionar por el método gráfico, teniendo… hay que tener una rigurosidad en su gráfica, pero lo tiene. Porque inclusive cuando no les da, lo estudiantes buscan la forma de trazar bien su grafica para que les dé. Cuando ellos ven que la solución del sistema de ecuaciones no es visual, es decir, que ellos no pueden ver, entonces dicen “bueno aquí qué paso” entonces busquemos otra alternativa matemática que me permite generar (solucionar el sistema) y ahí es donde le doy entrada a los demás métodos, bueno lo hago así, de esa manera. Además, la construcción gráfica tiene muchas cosas, porque la construcción gráfica la mirar casi en todas las asignaturas

El profesor 1 argumenta que los estudiantes pueden tener dificultades al mimento de graficarlo, pero no es exucsa para no enseñarlo y resalta la característica de visualizar los tipos de solución [Intervención 102]. Sin embargo, el profesor 1 presiste con el *conflicto semiotico (epistémico) 1*. (Descrito en el apartado 4.3), en el que observa una visión sesgada de la resolución funcional. Esto corrobora lo concluido en el análisis didáctico, el profesor 1 busca trabajar la representación gráfica pero no ve como posiblidad complementarla con los métodos algebraicos, lo que imposibilita destacar el verdadero potencial de este tipo de representación.

5. Discusión

Los criterios de idoneidad permiten hacer una evaluación formativa y dar una radiografía detallada sobre un proceso de enseñanza y aprendizaje, que permite identificar factores que orientan cómo se deben hacer las cosas en una futura intervención. La aplicación de estos criterios de idoneidad didáctica permitió extraer las siguientes características en las prácticas de aula de los docentes:

- Se evidencian prácticas de aula poco pertinentes para abordar el método gráfico. Esto porque no hay una planificación de las exigencias conceptuales del estudiante al trabajar este método.
- Existe una priorización por los métodos de solución algebraico, el método gráfico sólo es utilizado para caracterizar los tipos de solución de los sistemas de ecuaciones lineales 2 x 2.
- Se observó en las trayectorias una premura por iniciar los métodos de solución algebraico, y se observó en el estudio de clases posteriores que estos métodos se estudiaron sólo con sistemas de ecuaciones con solución única.
- Los conceptos, los ejercicios desarrollados y hasta los argumentos son dados por el docente quien prioriza una clase magistral.
- No se hace uso de situaciones problema introductorias que den sentido a los conceptos, esto impide dar un significado más profundo al concepto.
- Las interacciones entre docente y estudiante en su mayoría estuvieron centradas en aclarar dudas sobre la explicación dada por el docente. No hubo espacio de interacción entre estudiantes y la argumentación por parte de los estudiantes es casi inexistente.

En cuanto a conclusiones de mejora**,** en las dos trayectorias didácticas, el *método gráfico* se utilizó como el "mecanismo" conceptual para estudiar los tipos de solución y se toma como un método que se trabaja aparte de los métodos algebraicos. Esto al parecer es una problemática muy común, de acuerdo a Mora (2001), este afán por trabajar los métodos algebraicos, hace que los docentes eviten explorar ejercicios de sistemas de ecuaciones sin solución o con soluciones infinitas, porque buscan que los estudiantes no se enfrenten a expresiones como $0 = 0$ y $0 = a$, $a \in \mathbb{R}$, lo que conlleva a dificultades cuando ellos deban interpretar estos tipos de soluciones. Autores como Vega, Zaldivar y Londoño (2017) y Lasa (2015) establecen que la representación gráfica permite al estudiante un proceso de visualización para dar representatividad a este tipo de soluciones. Lo que implica que desde el campo de la didáctica, se debe pensar que el método gráfico debe enseñarse de manera paralela a los métodos algebraicos y no como un método aparte.

Finalmente, se quiere destacar que esta caracterización es utilizada como instrumento para que los profesores indaguen sobre sus propias prácticas de aula. De acuerdo al análisis didáctico realizado a los profesores, se destacan algunas configuraciones didácticas que sirven como episodios para utilizar en una etapa posterior. La CD 11, del profesor 1, quien pregunta *¿Cómo se identifica que un sistema tiene soluciones infinitas sin necesidad de graficar?* Si bien se dio de manera improvisada y fue finalmente contestada por él, es un tipo de pregunta que difieren de lo visto en las diferentes CD, porque busca conjeturar una propiedad que exige la traducción de la representación gráfica a la simbólica de los sistemas de ecuaciones lineales, un aspecto que es destacado por Alcocer (2007). Por otro lado, se destaca las configuraciones didácticas 13 a la 15, cuya tarea era determinar el valor de verdad de una proposición. Estas configuraciones se seleccionaron por dos aspectos: en primer lugar, permiten mostrar cómo una tarea puede exigir *procesos matemáticos* distintos a *mecanizar* y cómo las prácticas de aula podrían cambiar para dar organización a la resolución de las mismas.

Referencias

Alcocer, I. (2007). *Dificultades en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales en contextos algebraicos y geométricos*. Cinestav, IPN.

Cohen, L., y Maníon, L. (1999). *Método de investigación educativa*. La Muralla.

Font, V., Godino, J. D., y Contreras, A. (2008). From Representations to Ontosemiotic Configurations in Analysing the Mathematics Teaching and Learning Processes. *Semiotics in Mathematics Education: Epistemology, Historicity Clasroom and Culture*, 157–173. https://www.researchgate.net/publication/282325819

Godino, J. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación En Educación Matemática*, *8*(11), 111–132. http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/documentos/Godino_2013_idoneidad_didactica.pdf

Godino, J, Font, V., WIlhelmi, M., y De Castro, C. (2009). Aproximación a la dimensión normativa en didáctica de las matemáticas desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de Las Ciencias*, *27*(1), 59–76.

Godino, J., Giacomone, B., Batanero, C., y Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema - Mathematics Education Bulletin*, *31*(57), 90–113. https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a05

Godino, J. D. (2012). Origen Y Aportaciones De La Perspectiva Ontosemiótica De Investigación En Didáctica Matemática. *Investigación En Educación Matemática XVI*, 49–68. http://funes.uniandes.edu.co/11194/2/Godino2012Origen.pdf

Hernández, R., Férnandez, C., y Baptista, P. (2014). *Metodología de la Investigación*. McGraw Hill Education.

Lasa, A. (2015). *Instrumentación del medio material Geogebra e idoneidad didáctica en procesos de resolución de sistemas de ecuaciones* [Univertsidad Pública de Navarra]. http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/documentos/Aitzol-Lasa_Tesis2015.pdf

Martínez-Rizo, F. (2012). Procedimientos para el estudio de las prácticas docentes. revisión de la literatura. *RELIEVE - Revista Electronica de Investigacion y Evaluacion Educativa*, *18*(1), 1–22. https://doi.org/10.7203/relieve...2976

Mora, B. (2001). *Modos de pensamiento en la interpretación de la solución de sistemas de ecuaciones lineales*. Cinestav IPN.

Pochulu, M., y Font, V. (2011). Análisis del funcionamiento de una clase de matemáticas no significativa. *Revista Latinoamericana de Investigacion En Matematica Educativa*, *14*(3), 361–394.

Vega, B., Zaldivar, J., y Londoño, N. (2017). Una propuesta didáctica para la solución de un sistema de ecuaciones lineales a través de la visualización. *CLAME- Comité Latinoamericano de Matemática Educativa*, 709–718. http://funes.uniandes.edu.co/12269/1/Vega2017Una.pdf

GLOBAL KNOWLEDGE
ACADEMICS