REVISTA INTERNACIONAL DE

APRENDIZAJE EN CIENCIA, MATEMÁTICAS Y TECNOLOGÍA

VOLUMEN 5
NÚMERO 2
2018

GLOBAL KNOWLEDGE
ACADEMICS

REVISTA INTERNACIONAL DE APRENDIZAJE EN CIENCIA, MATEMÁTICAS Y TECNOLOGÍA

VOLUMEN 5, NÚMERO 2, 2018

REVISTA INTERNACIONAL DE APRENDIZAJE EN CIENCIA, MATEMÁTICAS Y TECNOLOGÍA
http://sobrelaeducacion.com/revistas/coleccion/

Publicado en 2018 en Madrid, España
por Global Knowledge Academics
www.gkacademics.com

ISSN: 2386-7582

La REVISTA INTERNACIONAL DE APRENDIZAJE EN CIENCIA, MATEMÁTICAS Y TECNOLOGÍA es revisada por expertos y respaldada por un proceso de publicación basado en el rigor y en criterios de calidad académica, asegurando así que solo los trabajos intelectuales significativos sean publicados.

REVISTA INTERNACIONAL DE APRENDIZAJE EN CIENCIA, MATEMÁTICAS Y TECNOLOGÍA

Índice

Revista Internacional de Aprendizaje en Ciencia, Matemáticas y Tecnología
Volumen 5, Número 2, 2018 https://journals.epistemopolis.org/index.php/cienciaymat/, ISSN 2386-8791

Table of Contents

Revista Internacional de Aprendizaje en Ciencia, Matemáticas y Tecnología
Volumen 5, Número 2, 2018 https://journals.epistemopolis.org/index.php/cienciaymat/, ISSN 2386-8791

Revista Internacional de Aprendizaje en Ciencia, Matemáticas y Tecnología, 5(2), 2018, ISSN 2386-8791

CURSOS UNIVERSITARIOS DE FÍSICA Y MATEMÁTICAS USANDO TECNOLOGÍAS E IMPRESIONES 3D

Una experiencia en el Tec de Monterrey

University Courses of Phisics and Mathematics using Technologies ans 3D Impressions: an Experience at the Tec de Monterrey

M.ª DE LOURDES QUEZADA BATALLA, RUBÉN DARÍO SANTIAGO ACOSTA, ANTONIO HERNÁNDEZ MEDINA, JOSÉ LUIS GÓMEZ MUÑOZ

ITESM-CEM, México

KEY WORDS

Experiential learning
Technologies
3D Impressions

ABSTRACT

An educative experience developed at the Tecnológico de Monterrey Campus Estado de México is shown in this work. The experience is based on the implementation of technological tools such as Geogebra and Mathematica for 3D model printing and designing in sophomore courses of Physics and Calculus. The models developed by the students have shown a significant impact on the teaching-learning process since these allow to illustrate complex concepts of exact sciences. Finally, the students work is analyzed and some of the results are discussed through surveys applied to the students as well as the professors that took part in this experience.

PALABRAS CLAVE

Aprendizaje vivencial
Tecnologías
Impresiones 3D

RESUMEN

Este trabajo muestra una experiencia educativa desarrollada en el Tecnológico de Monterrey Campus Estado de México, la implementación de cursos de física y cálculo utilizando herramientas tecnológicas como Geogebra y mathematica en impresiones 3D diseñadas y modeladas por los estudiantes. Estos modelos tienen enorme impacto en el proceso enseñanza-aprendizaje puesto que permiten ilustrar conceptos complejos de física y cálculo en una y varias variables, dando lugar a nuevas perspectivas en la enseñanza de las ciencias exactas. Al final, se analiza el trabajo de los alumnos y se discuten algunos resultados obtenidos en una encuesta aplicada a estudiantes y profesores participantes.

GLOBAL KNOWLEDGE ACADEMICS

Introducción

Al revisar diversas teorías del aprendizaje como: 1) el aprendizaje significativo (Ausbel, 1963) caracterizado por cuatro pilares básicos a saber: inclusión sobre una estructura cognitiva previa, relación con estructuras de pensamiento superior, relación con experiencias con eventos u objetos, y relación afectiva hacia el conocimiento; 2) el aprendizaje vivencial que indica las formas de aprender con todos los sentidos, donde el estudiante debe involucrarse por completo en la tarea de conocer, saber e investigar fenómenos en particular. Se aprende haciendo, por medio de la acción, no solo escuchando o mirando, no solo razonando o sintiendo sino involucrando totalmente a los estudiantes en una experiencia que le exige su completa participación.

Además, el uso de impresiones 3D por los estudiantes, los convierten en creadores utilizando una tecnología de vanguardia que los científicos e ingenieros están usando para resolver problemas concretos. Los alumnos fomentan la empatía, el trabajo en equipo y la resolución de problemas cuando tienen que diseñar, modelar e imprimir su prototipo. En fin, observamos nuevas tendencias sobre el cómo enseñar y aprender que convergen en sesiones vivenciales y enseñanza-aprendizaje activos que incorporan las nuevas tecnologías.

En este trabajo presentamos una experiencia educativa desarrollada en el Tecnológico de Monterrey Campus Estado de México (ITESM-CEM), la implementación de cursos de física y cálculo utilizando herramientas tecnológicas como Geogebra y mathematica e impresiones en 3D diseñadas y modeladas por los mismos estudiantes. Al final, se analiza el trabajo de los alumnos y se discuten los resultados obtenidos

Metodología

Marco teórico

El Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey (ITESM) cuyo Plan estratégico 2020 declarado en la iniciativa del Modelo Educativo Tec21 con el objetivo principal de "Brindar una formación integral y mejorar la competitividad de los alumnos en su campo profesional a través de potenciar las habilidades de las generaciones venideras para desarrollar las competencias requeridas que les permitan convertirse en los líderes que enfrenten los retos y oportunidades del siglo XXI", además de las competencias de cada disciplina, se pretenden desarrollar competencias transversales a través de cada carrera entre ellas: liderazgo, solución de problemas, trabajo colaborativo, etc. Al enfocarse en un modelo educativo de vanguardia, la iniciativa es impulsar el aprendizaje experiencial interdisciplinario, a través de proyectos, retos y vinculación con la industria.

Al hablar sobre el Aprendizaje Vivencial, debemos precisar que en 2001 en la 46a Conferencia Internacional de Educación de la UNESCO se consideró respecto al aprendizaje de las ciencias, la premisa de que la ciencia es un factor determinante de crecimiento económico y de desarrollo social. Además, ahí se señaló que la adquisición de competencias científicas debe permitir que los ciudadanos comprendan mejor el mundo y sepan cómo actuar para lograr el crecimiento económico y el desarrollo social duraderos. Las principales orientaciones referentes al aprendizaje de las ciencias fueron, entre otras: 1) Adoptar métodos activos que partan de la realidad como fuente de aprendizaje, 2) Vincular los programas con el contexto humano y social y 3) Favorecer un enfoque interdisciplinario y de contextualización.

La experiencia nos muestra que el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática se ve afectado por factores como: 1) Poca vinculación de su contenido con la realidad. 2) Poca utilización de la matemática en el proceso de enseñanza aprendizaje de otros contenidos pertenecientes a otras disciplinas de un mismo plan de estudio. 3) La vinculación del contenido matemático a realidades ajenas a la del estudiante.

Consideramos que un mayor acercamiento o vinculación del contenido matemático a la realidad, a través de la utilización de diversos métodos de enseñanza que consideren fundamentalmente la resolución de problemas cotidianos, así como el fortalecimiento del vínculo interdisciplinar haciendo un mayor uso del contenido matemático por parte de otras disciplinas, podría ayudar a eliminar ó al menos disminuir el rechazo a la matemática por los estudiantes a la vez que contribuye a satisfacer las demandas que la UNESCO plantea acerca del aprendizaje de las ciencias.

Ante estas perspectivas, diseñamos nuestros cursos usando: 1) El aprendizaje experiencial, que es un proceso a través del cual los estudiantes desarrollan conocimientos, habilidades y valores de experiencias directas fuera de un entorno académico tradicional. Es decir, este tipo de aprendizaje se fundamenta en la idea que el conocimiento se produce a través de las acciones provocadas por una experiencia concreta, la cual se transforma en una conceptualización abstracta y permite aplicarse a nuevas situaciones, formando un proceso continuo e interactivo que genera nuevos aprendizajes. 2) La visualización que es un ingrediente importante en la enseñanza de las matemáticas, utilizamos figuras y modelos impresos en 3D. En la actualidad con las impresoras en 3D tenemos la gran ventaja de realizar modelos físicos que son importantes para la práctica de aprendizaje activo (Kidwell, Ackerberg-Hastings, and Roberts

,2008), la tecnología de impresión 3D en la educación se ha utilizado desde la década pasada, intensificando su uso con el avance de la tecnología y en la actualidad se ha considerado para explorar conceptos desde el nivel elemental hasta universitario (Lacey, 2010). Estos modelos físicos en 3D tienen un enorme impacto en la educación puesto que permiten ilustrar conceptos en varios campos matemáticos como el cálculo diferencial e integral en una y varias variables, la geometría o la topología, así como para ilustrar conceptos de física como óptica, circuitos, equilibrio sonido, osciladores, campos vectoriales, entre otros, lo cual da lugar a nuevas perspectivas en la educación matemática (Knill, O., & Slavkovsky, E. 2013) y (Mavromanolakis, G. ,2015).

Diseño metodológico

Este trabajo se realizó en cuatro fases. La primera fue de planeación y se desarrolló en julio 2017 en la que se determinaron los cursos en los que se trabajaría en los semestres Agosto-diciembre 2017 y enero-mayo 2018 con el enfoque enunciado anteriormente. Así como: los conceptos en los que se deseaba impactar, prototipos en los que se usó impresiones 3D, red de actividades que apoyarían a los cursos y rúbricas de evaluación. En cada curso se propusieron las temáticas centrales que se tratarán con los prototipos propuestos que puedan integrarse en problemas de visualización específicos sin ser exclusivos. Un prototipo puede cubrir varios temas de física y/o matemáticas. Se formaron los equipos tomando integrantes del par de grupos (física y matemáticas) y cada uno de ellos desarrolló el prototipo asignado. Ver la tabla 1

Tabla 1: Materias y prototipos realizados.

Materias - Conceptos		Prototipos
Física I: Dinámica rotacional Operaciones entre vectores Equilibrio Tiro parabólico Centro de masa.	**Matemáticas I:** Funciones polinomiales Funciones sinusoidales, Diferenciales	Sistemas de poleas Moto-reductores con engranes Análisis de estructuras, Centro de masa. Catapulta
Física II: Hidrodinámica Sonido Osciladores	**Matemáticas II:** Volumen Longitud de arco Área superficial	Tubo de Venturi Clepsidra Aparatos de aerodinámica Instrumentos musicales Péndulo físico Ajedrez
Física III: Ley de inducción de Faraday Óptica Circuitos eléctrico	**Matemáticas III :** Gráficas de funciones de varias variables Superficies cuádricas Integral doble • Integral trie	Generador eólico de electricidad Telescopio Protoboar para circuitos Cañón de Gauss. Sistemas de referencia 3D y flechas de vectores. Superficies cuádricas básicas

La segunda fase se implementó en el semestre agosto-diciembre 2017 se trabajó con las materias de Física I y III y Matemáticas I y III, revisando y ampliando las actividades y rúbricas propuestas. A los estudiantes se les proporcionaron los conceptos básicos de programación en geogebra, mathematica y antes de mandar a imprimir su dispositivo se revisó cuidadosamente a fin de evitar imprecisiones. En esta fase tuvimos 102 alumnos de los cuatro grupos, algunos de ellos en dos materias del mismo semestre

La tercera fase se llevó a cabo en el semestre enero-mayo 2018 se realizó con las materias de Física II y III y Matemáticas II y III, de manera similar al semestre anterior, en esta fase tuvimos 92 alumnos inscritos en estos cursos,

En la segunda y tercera fase se asignó por equipo el prototipo a realizar como parte del proyecto semestral de cada materia. Los estudiantes realizaron el modelo matemático del prototipo que fue revisado por los profesores para determinar mejoras y correcciones antes de imprimirlo en la impresora 3D. Se necesitó capacitar a los estudiantes en el uso de software como geogebra, mathematica y autocad, así como indicar la manera de modificar su código para imprimirlo en 3D.

La cuarta fase fue la evaluación de los prototipos que estuvo distribuida en tres periodos de clase: 1) Diseño (ecuaciones matemáticas o de física que lo representan), 2) Programación y generación gráfica del prototipo en 3D, 3) Transformación de archivos de graficas en extensión **stl** e impresión en 3D y 4) Utilidad en prácticas de laboratorio, comprobaron la eficiencia de cada prototipo realizando los experimentos requeridos de física y/o matemáticas (si era el caso). En la figura 1 se muestra el proceso seguido.

Figura 1: Proceso seguido para los prototipos

Los conceptos utilizados en cada etapa fueron evaluados en los exámenes de cada período y final. La evaluación de los prototipos impactó en la calificación final de cada curso y fue realizada por el grupo de profesores participantes. Al finalizar el semestre cada prototipo fue evaluado por un jurado externo a los grupos y fueron presentados en un "Festival de la ciencia" realizado en una escuela de educación básica vecina al Tecnológico de Monterrey.

Investigación

Para la evaluación del impacto del uso de la tecnología y modelos impresos en3D en los cursos de física y matemáticas se consideraron tres aspectos: 1) Comparación cuantitativa de resultados en los exámenes iniciales y final en los temas en los que se utilizaron impresiones 3D para ilustrar conceptos complejos básicos que son utilizados en varias ocasiones durante el semestre, por ejemplo, en matemáticas III la graficas de funciones de varias variables se utilizan al inicio del curso, sólo como representación gráfica de funciones de varias variables y al finalizar el curso son utilizadas para determinar la región de integración de una integral triple; 2) comparación cualitativa del desempeño de los alumnos dentro de su trabajo en equipo al realizar sus prototipos y la evaluación global de los cursos, midiéndose la coherencia de desempeño, calidad de su trabajo en el equipo y desarrollo de las competencias y habilidades y 3) encuestas de opinión de los estudiantes acerca de la calidad de las actividades de aprendizaje desarrolladas en el proyecto.

Finalmente, en este proyecto se probaron modelos alternos de evaluación basados según el acuerdo colegiado de los profesores participantes considerando la separación de las componentes de formación por curso y los ámbitos desarrollados (conocimientos, competencias y habilidades) así como criterios para medir las percepciones de los estudiantes.

Discusión de resultados

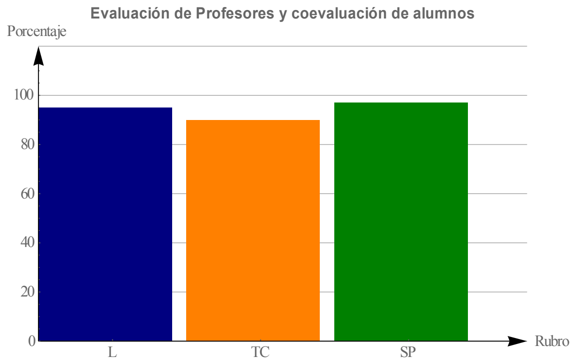
Al revisar los exámenes inicial y final de los alumnos en los cursos de matemáticas observamos una mejoría significativa en los resultados obtenidos por los estudiantes en los temas en los cuales se usan impresiones 3D, por ejemplo, en el tema de graficas de funciones de varias variables observamos que de los alumnos que no responden correctamente esta pregunta en el examen inicial, el 87.5% grafican correctamente funciones en 3D en el examen final mientras que otros grupos de la misma materia sólo lo hacen el 25%, de forma similar los alumnos de matemáticas II que no responden de manera correcta las preguntas relacionadas con sólidos de revolución en el examen inicial, el 82 % responden correctamente estas preguntas contra el 35% de otros grupos de la misma materia.

En Física I tradicionalmente los temas de mecánica no son interesantes para los alumnos ya que no le ven aplicación directa con el uso de prototipos el interés de los alumnos mejoró, en la materia de Física III los proyectos experimentales que generalmente se dejan en esa materia necesitan piezas que son difíciles de conseguir o muy caras, con las impresiones en 3D se logró superar esos problemas y los alumnos al tener que realizar sus impresiones necesitaron integrar sus conocimientos de matemáticas y física.

Después de realizar sus prototipos al finalizar cada semestre se realizó el "Festival de la Ciencia" en escuelas de educación básica cercanas al ITESM. Ahí los estudiantes tuvieron la oportunidad de presentar sus dispositivos y explicar a niños entre 6 y 12 años las leyes de física y matemáticas que se utilizaban en su funcionamiento, los Profesores de la escuela visitada evaluaron el desempeño de los estudiantes.

Para evaluar cualitativamente a los alumnos en su desempeño y su desarrollo de competencias entre ellas liderazgo, trabajo colaborativo y solución de problemas utilizamos la evaluación de los Profesores de las materias y de la Escuelas Primarias, además de la coevaluación en los equipos de trabajo, obteniendo los resultados mostrados en la figura 2, dónde se muestran las competencias de liderazgo (L), trabajo colaborativo (TC) y solución de problemas (SP).

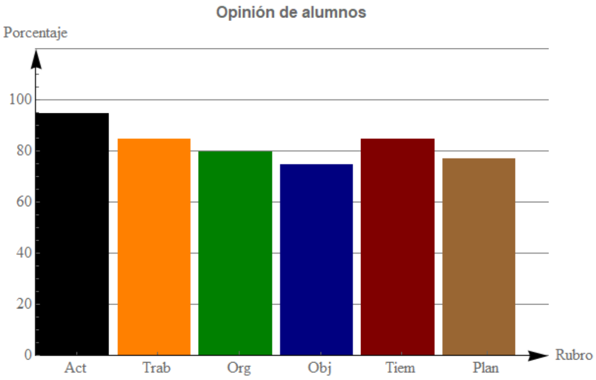
Figura 2. Evaluación de profesores y coevaluación de alumnos de competencias



Para evaluar la calidad de las actividades se levantaron encuestas con los alumnos del semestre agosto-diciembre 2017, haciéndose los ajustes necesarios para las actividades del semestre enero-mayo 2018, también detectamos necesidades de mejora en la calidad de la impresión, porque al poner en funcionamiento los prototipos nos encontramos con problemas en las propiedades mecánicas ya que debido al plástico utilizado las parte impresas en 3D se rompían o bien, a causa de la porosidad del material el agua se trasminaba.

En la figura 3 se muestran los resultados de la encuesta aplicada a los alumnos sobre su percepción de los cursos, donde se evaluaron los rubros: actividad es interesante (Act), trabajo del profesor (Trab), organización del curso (Org), se cumplieron los objetivos propuetos (Obj), tiempo adecuado para realizar las actividades (Tiem), planeación (Plan).

Figura 3. Opinión de los alumnos sobre los cursos y sus actividades de impresiones en 3D



Conclusiones

El usar software y prototipos para representaciones en 3D en nuestros cursos de matemáticas y física nos permitió abordar desde una óptica distinta conceptos complejos de estas materias, permitiendo a los alumnos tener modelos no sólo mediante el análisis matemático. En particular, representaciones con Mathematica y geogebra nos permitieron una amplia interactividad para explorar un concepto abstracto en una visualización interactiva, y apoyar el desarrollo del pensamiento matemático complejo del estudiante, además el utilizar las impresiones en 3D en prototipos diversos permitieron que el alumno aplicara e integrara sus conocimientos física y matemáticas de forma inmediata al construir objetos reales que previamente se modelaron y diseñaron usando los conceptos de matemáticas aprendidos .

Nuestro trabajo continuará el semestre agosto-diciembre 2018, trabajaremos con grupos de alumnos de matemáticas I y III y Física I y III con el objeto de revisar y mejorar nuestra propuesta y revisar los resultados obtenidos hasta el momento.

Referencias

Bustos Gaibor, A. F. (2017). Las redes sociales su influencia e incidencia en el rendimiento académico de los estudiantes de una entidad educativa ecuatoriana en las asignaturas de física y matemática (Master's thesis, Espol).

G. Lacey (2010). 3d printing brings designs to life. *techdirections.com*, 70 (2):17{19, 2010.

Knill, O., & Slavkovsky, E. (2013). Illustrating mathematics using 3D printers. arXiv preprint arXiv:1306.5599.

Mavromanolakis, G. (2015, July). Three dimensional printing technology in science and engineering education. A best-practice: Study, design and 3D print an operational model of a 2000 year-old computer. içinde Pixel. In Proceedings of International Conference: Future of Education, (pp. 167-172).

Modelo Tec 21Recuperado de http://modelotec21.itesm.mx/files/folletomodelotec21.pdf

Molina Gómez, A., Roque Roque, L., Garcés Garcés, B., Rojas Mesa, Y., Dulzaides Iglesias, M., & Selín Ganén, M. (2015). El proceso de comunicación mediado por las tecnologías de la información. Ventajas y desventajas en diferentes esferas de la vida social. *MediSur*, 13(4), 481-493.

P.A. Kidwell, A. Ackerberg-Hastings, and D.Roberts (2008). Tools of American Mathematics Teaching, 1800-2000. Smithsonian Institution,John Hopkins University Press, 2008

Sánchez, N. F. (2013). Trastornos de conducta y redes sociales en internet. *SCIELO*, 36(6)

Revista Internacional de Aprendizaje en Ciencia, Matemáticas y Tecnología, 5(2), 2018, ISSN 2386-8791

IMPACTO Y APLICACIÓN DE LAS REDES SOCIALES EN LAS GENERACIONES Y Y Z

Un estudio de caso en Costa Rica

Impact and Application of Social Networks in the Generations Y and Z: a Study Case in Costa Rica

IRENE HERNÁNDEZ RUIZ [1], ANDRÉS VÍQUEZ VÍQUEZ [2]

[1] Escuela de Informática Universidad Nacional, Costa Rica
[2] Escuela de Ingeniería Computación Instituto Tecnológico de Costa Rica, Costa Rica

KEY WORDS

Social Networks
Generations
Feelings
Generation y
Generation z

ABSTRACT

The following work presents the results of an exploratory research on the perception of students and graduates of two public universities in Costa Rica about social networks. This study was conducted in non-probabilistic sampling that included the voluntary collaboration of 111 students and graduates aged between 17 and 35 years, of which 28 are women and 83 are men. In this way, the bibliography studied and presented in this paper analyzed the variables: generational (generations Y and Z) and the variable gender.

PALABRAS CLAVE

Redes sociales
Generaciones
Sentimientos
Generación y
Generación z

RESUMEN

El siguiente trabajo presenta los resultados de una investigación exploratoria sobre la percepción de los estudiantes y egresados de dos universidades públicas de Costa Rica acerca de las redes sociales. Este estudio se realizó en muestreo no probabilístico que incluyó la colaboración voluntaria de 111 estudiantes y egresados con edades entre los 17 y 35 años, de los cuales 28 son mujeres y 83 son hombres. De esta manera con la bibliografía estudiada y presentada en este trabajo se analizó las variables: generacionales (generaciones Y y Z) y la variable género.

GLOBAL KNOWLEDGE ACADEMICS

Introducción

Todo sitio web que permite la interacción social es considerado una red social, incluyendo sitios de redes sociales como Facebook, MySpace y Twitter; sitios web de juegos en línea y mundos virtuales como Club Penguin, Second Life y los Sims; sitios web de videos como YouTube y Vimeo; y los blogs (Gwen, 2011); que se han convertido en un medio de comunicación instantáneo y eficaz, mediante el cual aumenta la participación de la población de un modo social, cívico y político (Garcia, 2013).

La conferencia iLifebelt Trends Summit realizada en el 2016 (Vanderhoven, 2014), presentó el Sexto Estudio Anual sobre las Redes Sociales en Centroamérica y el Caribe (ilifebelt, 2016), que muestra un análisis basado en la combinación de diferentes fuentes de datos para tener un panorama claro de la situación del uso de redes sociales en la región, el cual presenta la siguiente información:

- Crece el número de emprendedores entre los usuarios de redes sociales.
- Internet continúa consolidándose como principal fuente de información para los usuarios de redes sociales.
- Las redes sociales y el correo electrónico son los hábitos más frecuentes.
- Facebook, Whatsapp y Google+ son las tres redes sociales con más usuarios en la región.

Para el año 2016, se registra que el 78% de los costarricenses usan redes sociales, según señala un estudio del Instituto para la Integración de América Latina (Intal) y de esta forma es el segundo país latinoamericano que más utiliza plataformas digitales. El informe publicado por el periódico El País de España, muestra que Costa Rica únicamente es superada por Paraguay, en donde el 83% de los ciudadanos registran cuentas en alguna red social. Facebook y WhatsApp son las redes más utilizadas en América Latina, seguidas por Youtube, Instagram, Twitter y Snapchat. Según los datos que reflejan el número de usuarios por población total señalan que Costa Rica es seguido por Uruguay (74%), México (73%) y Ecuador (72%). Por su parte, países como Guatemala (44%) y Nicaragua (38%) figuran en los últimos lugares del ranking (abc, 2016).

En Costa Rica, Facebook es una de las redes sociales más populares, con un 90% de usuarios activos a nivel nacional. Ésta representa una red social de fácil acceso por medio del dispositivo más utilizado por los costarricenses: el Smartphone (abc, 2016). Facebook es un ejemplo de tecnología Web 2.0 que tiene un enorme potencial en el campo de la educación, a pesar de que no fue creada para construir o manejar experiencias de aprendizaje (abc,2016). Por su parte, Lampe el al (2011) señala como punto fuerte la comunicación, logrando un intercambio de información, mejorar la interacción entre las personas comunicación formal e informal, un trabajo colaborativo entre los estudiantes, facilita la movilidad y se obtiene una realimentación. Duncan (2013), presenta que las redes sociales también generan una motivación para aprender, mejora relaciones, mejora el sentido de pertinencia, que genera un sentimiento de comunidad y permite la incorporación de expertos.

Las redes sociales son instrumentos en los cuales la comunicación y conexión entre personas se da diariamente, y en ella se manifiestan prácticamente todas las emociones como son el miedo, la ira, la alegría, la sorpresa, la tristeza y los derivados de estas (Acuña, 2013). Desde la Real Academia Española Lengua (RAE), en su primera acepción, considera que una emoción no sólo contiene una respuesta corporal, que es una "alteración del ánimo intensa y pasajera, agradable o penosa, que va acompañada de cierta conmoción somática" (Beas, 2016).

Por otra parte, existen cuestionarios que permiten evaluar la adicción a Internet, para lo cual se han elaborado en base a los criterios del DSM-IV para el juego patológico y la dependencia de sustancias. El Internet Addiction Test–IAT- (Young,1998) evalúa el grado en que el uso de Internet afecta la rutina diaria, vida social, productividad, sueño y sentimientos; ampliamente utilizado (Ferraro, 2007), (Johansson, 2004), (LaRose, 2003); se ha cuestionado su calidad psicométrica (Widyanto, 2004) y su capacidad para distinguir entre «adictos» y «no adictos» en base a un punto de corte establecido (Huang, 2007).

En Latinoamérica existen dos estudios llevados a cabo en Perú: el primero encontró un 7% de prevalencia de adicción entre usuarios a Internet; y el segundo, que el 46,9% de una muestra de estudiantes universitarios de Lima se encontraba en riesgo alto de tenerla o ya la tenía (Cruzado, 2006). Mientras, en el contexto colombiano, a pesar de la importancia del tema y el llamado detención respecto a su presencia y consecuencias, no se hallan estudios ni reportes investigativos sobre la prevalencia de la adicción a Internet y al celular y sus factores asociados o de riesgo (Navarro, 2007).

En base a los criterios establecidos por Young (1998), el uso de Internet se podría calificar como una conducta adictiva cuando se presentan los siguientes síntomas:

- Privarse de sueño, dormir menos de cinco horas.
- Descuidar otras actividades importantes como el contacto con la familia, las relaciones sociales, el estudio o el cuidado de la salud.
- Recibir quejas en relación con el uso de la red alguien cercano, como los padres o los hermanos.
- Desarrollar pensamientos sobre la red constantemente, incluso cuando no se está

conectado a ella e irritabilidad excesiva cuando la conexión falla o resulta muy lenta.

- Intentar limitar el tiempo de conexión sin conseguirlo, perdiendo la noción del tiempo.
- Mentir sobre el tiempo real que se está conectado o jugando a un videojuego.
- Aislarse socialmente, mostrarse irritable y disminuir el rendimiento en los estudios.
- Sentir una euforia y activación anómalas cuando se está en la computadora.

Con base en lo anterior, se determinó la importancia de realizar un estudio de caso presentado la percepción de los actuales estudiantes y egresados (profesionales actuales) sobre las redes sociales. Para ello las secciones de este trabajo son: descripción de la población, metodología, variables utilizadas, análisis de los resultados, conclusiones, recomendaciones y trabajo futuro.

Descripción de la población

La muestra de estudio analizada está compuesta por estudiantes y egresados (profesionales actuales) de la carrera de Ingeniería en Sistemas de Información de la Escuela de Informática de la Sede Central de la Universidad Nacional y estudiantes de la carrera de Ingeniería en Computación de la Escuela de Ingeniería en Computación del Centro Académico de Alajuela del Instituto Tecnológico de Costa Rica. El panel de participantes se obtuvo a partir de un muestreo no probabilístico que incluyó la colaboración voluntaria de 111 estudiantes y egresados con edades entre los 17 y 35 años, de los cuales 28 son mujeres y 83 son hombres.

De igual forma, la población también puede agruparse según la fecha de nacimiento de las personas y sus características (Schroer,2012). La muestra de estudio esta compuesta por personas de la Generación Y (1982-1994) y Generación Z (1995-actualidad). La población denominada Generación Y o también llamados Millennials, se les considera multitareas, ya que no entienden la realidad sin tecnología, se prioriza la calidad de vida, son emprendedores, hacen uso de tecnología para la distracción como: Internet, SMS, reproductor de CD, MP3, MP4, DVD entre otros; productos que consideraban como “básicos”, por otra parte la Generación Z o “nativos digitales”, se les conoce de esta forma pues desde su infancia existió internet (Martino, 2014).

Tabla 1. Muestra de estudio

Sexo	Generación Y (1982-1994)	Generación Z (1995-actualidad)	Total
Femenino	26	2	28
Masculino	17	66	83

Fuente: elaboración propia.

Metodología

La metodología utilizada es de tipo exploratoria, pretende dar a conocer una perspectiva inicial del tema, que permita en un futuro continuar con una investigación más rigurosa. Para ello, los investigadores desarrollaron un formulario en línea compuesto por preguntas abiertas, semi-abiertas y cerradas, utilizando la herramienta Google Forms, que permitiera conocer el comportamiento, la percepción y sentimientos de los estudiantes actuales y graduados de carreras relacionadas con tecnologías de información, con respecto a las redes sociales. La misma, estuvo activa desde noviembre del 2017 a febrero del 2018. El alcance inicial está limitado a un foco muy específico de participantes, sin embargo, futuras investigaciones pretenden llegar a una mayor población. A continuación, se transcribe el instrumento utilizado para llevar a cabo el estudio:

0. Sexo:

   Femenino ____

   Masculino ____

1. Provincia donde vive:

   San José ____ Heredia ____ Alajuela ____ Limón ____

   Cartago ____ Puntarenas ____ Guanacaste ____

2. Profesión: ____

3. Edad: _________

4. ¿Utiliza Facebook?

   Sí ____ No ____ (Pase a la pregunta 13)

5. ¿Utiliza Facebook para trabajar? En caso afirmativo indique como

   ____

6. ¿Cada cuánto utiliza Facebook?

   Una vez al día ____ Entre 3 a 5 veces al día ____ Más de 6 veces al día ____

7. ¿Qué publica en Facebook?

   Mi estado de ánimo ____

   Mis pasatiempos (fútbol, cine, compras) ____

   Mi ubicación actual ____

   Fotografías de la familia ____

   Fotografías de amigos ____

   Anuncios sobre productos para la salud ____

   Promociones ____

   Otro: ____

8. ¿Qué utilizo más el chat de Facebook o Whatsapp?

   Chat de Facebook ____

   Whatsapp ____

9. ¿Utiliza Facebook para leer noticias?

   Sí ____ No ____

10. Considera usted que la comunicación por medio de Facebook es:

    Fácil ____

    Confiable ____

    La mejor ____

11. ¿Considera usted que las campañas de empresas son adecuadas en Facebook?

    Sí ____ No ____

12. ¿Cómo me comunico más con las personas?

    Emoticones ____

    Imágenes ____

    Gifs ____

    Les escribo en el muro ____

13. ¿Utiliza Twitter?

    Sí ____ No ____ (Pase a la pregunta 15)

14. ¿Para qué tipo de actividades usa Twitter?

    ____

15. ¿Tiene cuenta en Instagram?

Sí _____ No _____ (Pase a la pregunta 17)

16. ¿Cada cuánto publica una fotografía en Instagram?

Una vez por semana _____ Una vez al día _____ Tres o más veces al día _____

17. Con respecto a las redes sociales:

	Nunca	A veces	Casi siempre	Siempre
Me hacen sentir cómodo o cómoda				
Si paso más de un día sin accederlas me siento mal				
Tengo protegida mi cuenta personal				
Las imágenes que se colocan me hacen sentir bien				
Favorecen mi aprendizaje				

18. Con respecto a mi sentimiento diario con las redes sociales

Me sentí asustado _____ Me sentí cómodo _____

Me sentí con deseos de continuar _____ Me sentí competitivo _____

Me sentí orgulloso _____ Otro: ______________________________

19. A nivel general, ¿con cuánto calificaría a las redes sociales?

	1	2	3	
Mala				Excelente

20. ¿Utiliza SnapChat?

Sí _____ No _____

Fuente: elaboración propia

Análisis de los resultados

A continuación, se presentan los resultados más relevantes obtenidos a partir del instrumento:

- Cantidad de personas que utilizan Facebook: solamente cuatro personas de la población en estudió no utiliza Facebook.
- Utiliza Facebook para trabajar: sólo una persona indicó que sí lo hace.
- Cada cuánto utiliza Facebook:

Tabla 3. Porcentaje del uso de las redes sociales.

Sexo	Generación Y (1982-1994)	Generación Z (1995-actualidad)
Masculino	Una vez al día: 0% Entre 3 a 5 veces al día: 38,88% Más de 6 veces al día: 61,12%	Una vez al día: 5,97% Entre 3 a 5 veces al día: 14,41% Más de 6 veces al día: 79,62%

En este caso, sin importar la variable género, tanto los hombres de la generación Y como Z, acceden muchas veces a las redes sociales durante el día.

Tabla 4. Porcentaje del uso de las redes sociales.

Sexo	Generación Y (1982-1994)	Generación Z (1995-actualidad)
Femenino	Una vez al día: 9,09% Entre 3 a 5 veces al día: 36,36% Más de 6 veces al día: 36,36%	Una vez al día: 25% Entre 3 a 5 veces al día: 30% Más de 6 veces al día: 35%

Fuente: elaboración propia.

En este caso, las mujeres tanto de la generación Y como de la generación Z, tienen una tendencia en acceso a las redes sociales en dos grandes grupos, tanto en el rubro de 3 a 5 veces como más de 6 veces al día. Asimismo, sin importar el género, hay un gran porcentaje de la población encuestada que accede diariamente a las redes sociales.

- ¿Qué publica en Facebook?

Tabla 5. Uso de las redes sociales por hombres de la Generación Z

Tipo de publicación	Frecuencia
Compra y ventas de productos	1
Fotografía de familia y de amigos	11
Mi estado de ánimo	1
Mis pasatiempos (fútbol, cine, compras)	7
Nada	6

Fuente: elaboración propia.

Tabla 6. Uso de las redes sociales por hombres de la Generación Y

Tipo de publicación	Frecuencia
Fotografía de familia y de amigos	5
Mi estado de ánimo	1
Mis pasatiempos (fútbol, cine, compras)	5
Nada	4

Fuente: elaboración propia.

Tabla 7. Uso de las redes sociales por mujeres de la Generación Y

Tipo de publicación	Frecuencia
Fotografía de familia y de amigos	3
Mi estado de ánimo	2
Mis pasatiempos (fútbol, cine, compras)	1
Nada	1

Fuente: elaboración propia.

Tabla 8. Uso de las redes sociales por mujeres de la Generación Z

Tipo de publicación	Frecuencia
Fotografía de familia y de amigos	9
Mi estado de ánimo	0
Mis pasatiempos (fútbol, cine, compras)	5
Nada	4

Fuente: elaboración propia.

La tendencia tanto en hombres como en mujeres de ambas generaciones es la de colocar fotografías en Facebook.

- ¿Qué utilizo más el chat de Facebook o el de Whatsapp? El 100% indica utilizar más el chat de Whatsapp.
- ¿Utiliza Facebook para leer noticias? El 98% indica que sí lo utiliza.
- Considera usted que la comunicación por medio de Facebook es: el 100% indicó que sí.

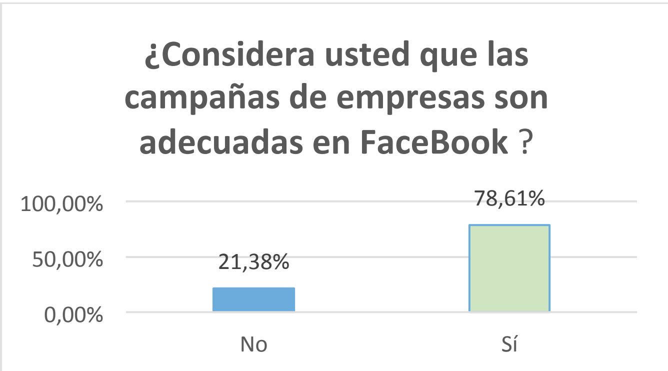
Gráfico # 1. Percepción de la comunicación por Facebook

Fuente: elaboración propia.

En el Gráfico 1, se puede apreciar que la mayoría de las personas prefirieron marcar que la comunicación en Facebook es fácil antes de marcar la opción de confiable.

- ¿Considera usted que las campañas de empresas son adecuadas en Facebook?

Gráfico # 2. Opinion acerca de las campañas den Facebook



Fuente: elaboración propia.

En el gráfico 2, se puede mostrar que las personas si consideran que las campañas que realizan las empresas en esta red social son buenas.

- ¿Cómo me comunico más con las personas? Ambas generaciones utilizan emoticones, imágenes o la escritura en el muro principalmente.
- ¿Utiliza Twitter? Ambas generaciones y sin importar el sexo, mayoritariamente no utilizan Twitter.
- ¿Para qué tipo de actividades usa Twitter? En este rubro la mayoría lo utiliza para informarse sobre noticias

- ¿Cada cuánto publica una fotografía en Instagram?

Tabla 9. Porcentaje de publicaciones en Instagram

Sexo	Generación Y (1982-1994)	Generación Z (1995-actualidad)
Masculino	66% publica una vez a la semana. 33% no tiene cuenta.	53,73% publica una vez a la semana. 46% no tiene cuenta
Femenino	El 100% tiene cuenta y publica una vez por semana.	84,21% publica una vez por semana. 15,78% no tiene cuenta.

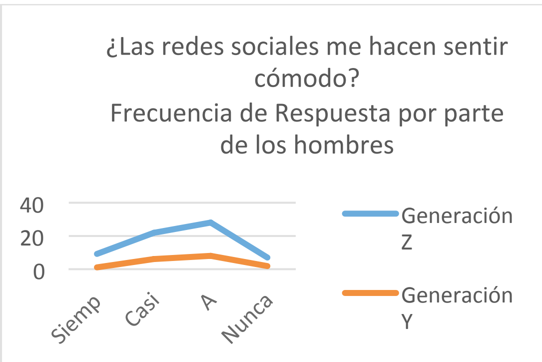
Fuente: elaboración propia.

En este caso, se puede evidenciar que la mayoría de las mujeres sí utiliza la red social de Instagram, a diferencia del uso que le brinda los hombres.

- Con respecto al sentimiento de comodidad con el uso de las redes sociales:

Gráfico # 3. Frecuencia de Hombres de la Generación Z y de la

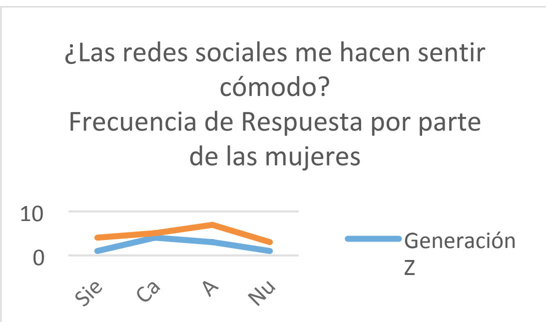
Generación Y que se sienten cómodos con las redes sociales



Fuente: elaboración propia.

Gráfico # 4. Frecuencia de Mujeres de la Generación Z y de la

Generación Y que se sienten cómodos con las redes sociales



Fuente: elaboración propia.

En el gráfico #1, puede observarse que para los hombres, tanto de la generación Z como de la generación Y, se sienten cómodos con las redes sociales, al igual que las mujeres de la generación z. Mientras que las mujeres de la generación indican que casi siempre.

- Con respecto a la opción de si paso más de un día sin accederlas me siento mal, el 50 % indicó que sí.
- Acerca de la protección de la cuenta personal, la mayoría tiene protegida la cuenta. Sin embargo, sin importar la generación a la que se pertenezca, el acceso a los datos debería almacenarse de una manera adecuada.
- Con respecto a las imágenes que se colocan me hacen sentir bien, la mayoría indicó que a veces.
- Favorecen mi aprendizaje, la mayoría indicó que a veces.
- Con respecto a mi sentimiento diario con las redes sociales. En este rubro, sin importar la generación o género, en su mayoría se encuentra cómodo con las redes sociales.
- A nivel general, ¿con cuanto calificaría a las redes sociales? La mayoría las califico como regular.
- Acerca de la pregunta: ¿utiliza SnapChat?

Tabla 10. Porcentaje de uso de Snapchat

Sexo	Generación Y (1982-1994)	Generación Z (1995-actualidad)
Masculino	22% lo usan.	41% lo usan.
Femenino	10% lo usan.	60% lo usan.

Fuente: elaboración propia.

Los resultados anteriores muestran que Snapchat es muy utilizado por la generación Z. Lo anterior puede deberse a que la creación de la misma es muy reciente y calza con la fechas del rango de la generación Z.

Conclusiones

- Ninguna de las dos generaciones ni los géneros están 100% cómodos con el uso de las redes sociales, esto demuestra que aún existe un grado de desconfianza en su uso.
- La población femenina encuestada utiliza más la red social de Instagram, en contraste con los hombres.
- La muestra de estudio en general considera que las redes sociales son una buena fuente de información para leer noticias.

- Hay un gran número de accesos a las redes sociales diariamente, esto sin importar el género o generación a la cual se pertenezca.
- A la mayoría le gusta compartir fotografías con sus amigos e interactuar a través de emoticones, lo cual evidencia un comportamiento de comunicación muy diferente al tradicional (sólo texto), sino que es más frecuente que comuniquen mensajes a través de imágenes.

Recomendaciones

- Replicar la experiencia con otros estudiantes y egresados.
- Caracterizar mejor el tipo de fotografías que colocan las personas en sus redes sociales.
- Analizar si estas redes sociales para los profesionales tienen un impacto en su trabajo, o bien determinar si las redes sociales le son útiles en su trabajo.
- Analizar si las redes sociales pueden impactar en el desempeño del aprendizaje de los estudiantes en los diferentes cursos.
- Para la parte docente, ser enfáticos en los estudiantes en la configuración de seguridad de las redes sociales y lo importante que es el reguardo de la esa información. Por otra parte, hacerles ver a los estudiantes las responsabilidades del uso de las mismas y de las implicaciones positivas y negativas que pueden llegar a tener.

Referencias

abc. *Adictos a las redes sociales y muy vulnerables: así son los niños.* 2016 de 07 de 23. http://www.abc.es/tecnologia/redes/abci-adictos-redes-sociales (último acceso: 2018 de 07 de 01).

Acuña, B. P., Vega, M. R. «Gestión de la emoción en la comunicación mediada por ordenador.» *Estudios sobre el Mensaje Periodístico*, 2013: 905-913.

Beas, M., González, E., y A., Salmerón. «Estudio de las emociones en las consignas de cuadernos españoles. Curso 1964-1965.» *Revista de Estudios Sociales*, 2016: 50-60.

Cruzado, L., Matos, L., y R. Kendall. «Adicción a Internet: perfil clínico y epidemi-ológico de pacientes hospitalizados en un instituto nacional de salud mental.» *Rev Med Her*, 2006: 196-205.

Duncan, D.G., y C.C. Barczyk. «Facebook in the University Classroom: Do Stu-dents Perceive that it Enhances Community of Practice and Sense of Community?» *International Journal of Business and Social Science.*, 2015: 22-30.

Ferraro, G., Caci, B., D'Amico, A., Di Blasi, M. «Internet addiction disorder: An Italian study.» *Cyberpsychology & Behavior*, 2007: 170-175.

García, M.C., Seco, J.A., Del Hoyo, M. «La participación de los jóvenes en las redes sociales.» *Anàlisi: Quaderns de comunicació i cultura*, 2013: 95-110.

Gwenn, Schurgin, y Kathleen Clarke-Pearson. «Clinical Report—The Impact of Social Media on Children, Adolescents, and Families.» *A Treatise on Electricity and Magnetism*, 2011: 68–73.

Huang, Z., Wang, M., Qian, M., Zhong, J., Tao, R. «Chinese Internet addiction inventory: Developing a measure of problematic Internet use for Chinese college students.» *Cyberpsychology & Behavior*, 2007: 805-812.

ilifebelt.com. *Así usan Internet y Redes Sociales en Costa Rica.* 2016 de 05 de 01. https://ilifebelt.com/6to-estudio-anual-ilifebelt-redes-sociales-centroamerica-caribe-2016/2016/08/ (último acceso: 2018 de 03 de 02).

Johansson, A., y Götestam, K.G. «Internet addiction: Characteristics of a questionnaire and prevalence in Norwegian youth (12-18 years).» *Scandinavian Journal of Psychology*, 2004: 223-229.

Lampe, C., D.Y. Wohn, J. Vitak, N.B. Ellison, y R. Wash. «Student use of Facebook for organizing collaborative classroom activities.» *Computer-Supported Collaborative Learning*, 2011: 329–347.

LaRose, R., Lin, C., y Eastin, M.S. «Unregulated Internet usage: Addiction, habit, or deficient self-regulation? .» *Media Psychology*, 2003: 225-253.

Martino, F. «LAS TECNOLOGÍAS DE INFORMACIÓN Y COMUNICACIÓN Y EL BIEN-ESTAR PSICOLÓGICO EN LA GENERACIÓN NET The information and communica-tion technologies and the psychological well-being in the Net generation.» s.f.: DOI: http://dx.doi.org/10.21503/hamu.v1i1.572.

Navarro-Mancilla, A. A, y G. E. Rueda-Jaimes. «Adicción a Internet: revisión crítica de la literatura.» *Rev. Colomb. Psiquiat.*, 2007: 691-700.

Schroer, William. «Generations X,Y, Z and the Others-Cont'd.» *socialmarketing.org.* 2012. www.socialmarketing.org/newsletter/features/generation3.htm (último acceso: 01 de 07 de 2018).

Vanderhoven, E., Schellens T., y M. Valcke. «"Enseñar a los adolescentes los riesgos de las redes sociales: una propuesta de intervencion en Secundaria.» *Comun*, 123–132: 2014.

Widyanto, L., McMurran, M. «The psychometric properties of the «Internet Addiction Test.» *Cyberpsychology & Behavior*, 2004: 443-450.

Young, K. «Internet Addiction: The emergence of as new clinical disorder. .» *Cyberpsychology & Behavior*, 1998: 237-244.

Revista Internacional de Aprendizaje en Ciencia, Matemáticas y Tecnología, 5(2), 2018, ISSN 2386-8791

ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA DERIVADA Y EL LÍMITE APOYADA CON RECURSOS DIGITALES

Teaching and Learning of the Derivative and the Supported Limit with Digital Resources

LUCIA GUTIÉRREZ MENDOZA
Universidad Militar Nueva Granada, Colombia

KEY WORDS

Digital Resources
Variational Calculation
Limit
Derivative GeoGebra

ABSTRACT

This research work, exploratory type, focuses on the teaching of the concept of the limit and the derivative, from didactic strategies supported by digital resources (Geogebra), in order to improve the teaching-learning processes and mathematical skills of students who take the subject of differential calculus. The practices were developed with engineering students from the Universidad Militar Nueva Granada; in the first part, limits and derivative exercises were developed in pencil and paper, and in a second part, Geogebra worked with the calculation of some limits following the given instructions.

PALABRAS CLAVE

Recursos digitales
Cálculo variacional
Limite
Derivada
GeoGebra

RESUMEN

Este trabajo de investigación, de tipo exploratoria, se centra en la enseñanza del concepto del límite y la derivada, a partir de estrategias didácticas apoyadas con recursos digitales (Geogebra), con el fin de mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje y las competencias matemáticas de los estudiantes que cursan la asignatura de cálculo diferencial. Las prácticas se desarrollaron con estudiantes de ingeniería de la Universidad Militar Nueva Granada; en una primera parte se desarrollaron ejercicios de límites y derivadas a lápiz y papel, y en una segunda parte se trabajó con Geogebra el cálculo de algunos límites siguiendo las instrucciones dadas.

GLOBAL KNOWLEDGE ACADEMICS

Introducción

Este artículo, se centra en la didáctica de las matemáticas apoyada con recursos digitales, tomando como herramienta (GeoGebra) para la enseñanza del concepto del límite y la derivada con enfoque desde el concepto del límite; el interés se debe a las dificultades que presentan los estudiantes de ingeniería y de otros programas de formación a nivel superior(técnicos y tecnólogos) que se imparten en la Universidad Militar Nueva Granada (UMNG), dificultades que se reflejan en el aprendizaje, en la falta de motivación por los mismos contenidos o por porque las prácticas de enseñanza en el aula no son las adecuadas, lo que a veces termina con un bajo rendimiento académico por parte de los estudiantes cuyas competencias adquiridas son mínimas o por debajo de las requeridas para cursar asignaturas de mayor complejidad.

Algunas investigaciones sobre el aprendizaje del concepto del límite y la derivada a partir del concepto del límite está influencia según Valls, Pons y Llinares (2011), por cuatro características: las concepciones que tienen los estudiantes sobre el concepto, las dificultades que se presentan en el momento de comprender el concepto del límite, la influencia de las diferentes representaciones y los conceptos que los estudiantes realizan sobre cada representación referente al límite y la influencia de la concepción dinámica la cual está implícitamente dentro de la misma definición: el límite sí existe y su valor es **L**, cada vez que **x** se aproxima a un punto fijo **C**, estos factores pueden actuar favorable o desfavorablemente en el aprendizaje de los estudiantes.

En un ejercicio de análisis y reflexión sobre la realidad de nuestros estudiantes y las prácticas de aula, donde fundamentan los conceptos básicos del cálculo diferencial, se trata de mejorar los procesos de enseñanza apoyado con recursos digitales para minimizar las dificultades antes mencionadas, por lo cual se propone el proyecto "Enseñanza del concepto de límite con TIC" financiado por la Vicerrectoría de Investigaciones de la UMNG (CIAS 2308). Como una primera parte del proyecto se ha podido indagar algunas causas del problema, unas asociadas a la repetición de fórmulas y ejercicios técnicos sin llegar una comprensión de los conceptos y otras que están asociadas al concepto del infinitesimal, infinito y la convergencia, (conceptos complejos de entender) y otras relacionadas al pensamiento variacional, al cambio de un evento el cual es descrito por el cambio de variables dependientes o independientes, la derivada, la recta tangencial; el cálculo diferencial e integral están asociados a la matemática de la variación y del cambio, en donde indudablemente están involucradas las variables, el concepto de función, el límite y las derivadas (Dolores, 2010), proceso caracterizado por un estilo de razonamiento lógico, numérico, geométrico y analítico.

Las estrategias didácticas son entendidas como la implementación de actividades para que permitan el desarrollo de habilidades y potencialidades de un grupo de individuos apoyándose con un conjunto de herramientas o recursos didácticos.

por lo cual se presenta la importancia de diseñar estrategias didácticas para apoyar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la derivada y el concepto de límite a partir de recursos digitales, que permita a los estudiantes realizar prácticas dinámicas e interactivas para explorar conceptos y reproducir procesos de matematización, modelación; con la implementación de la tecnología se pueden realizar actividades interactivas para mejorar y fortalecer procesos del pensamiento variacional, rompiendo los esquemas estáticos del modelo tradicional en el cual el pensamiento variacional queda un poco limitado al exponer los temas en recetario de fórmulas, propiedades, definiciones, y teoremas, tomando como base en algunos casos gráficas (no dinámicas) y desarrollo de algoritmos caracterizados en el desarrollo de ejercicios técnicos sin privilegiar los procesos de comprensión, análisis, resolución de problemas y transformaciones.

El pensamiento variacional, el concepto del límite y la derivada

De acuerdo a los lineamientos curriculares establecidos por el Ministerio de Educación en Colombia (MEN, 2006), se distinguen cinco procesos importantes del que hacer matemático: formular y resolver problemas, modelar fenómenos del contexto, comunicar, razonar, formular y ejercitar procedimientos y algoritmos, estos procesos en sus diferentes niveles son los requeridos para que un estudiante desarrolle habilidades y sea matemáticamente competente, estos estándares a su vez están organizados en cinco tipos de pensamiento matemático: el pensamiento numérico, el espacial, el métrico, el aleatorio y el variacional.

En el pensamiento variacional están presentes los procesos de cambio, el concepto de variable, el cual requiere de diferentes sistemas: el sistema numérico para registrar los cambios numéricamente, el sistema algebraico como una forma de representación y modelación del fenómeno en cuestión y del sistema geométrico para representar gráficamente el fenómeno de variación, entendiéndose por variación como el proceso de cambio el cual percibe el individuo y lo conduce a pensar dinámicamente, según Vasco

(2010) el pensamiento variacional se refiere al proceso de pensar de manera dinámica, para poder percibir lo que cambia y lo que se mantiene constante, para que luego sea posible llegar a un proceso de modelación bajo el esquema de relaciones numéricas y transformaciones con sus correspondientes clasificaciones y representaciones algebraicas y gráficas.

Aprender la definición de función una variable real como la relación entre dos variables numéricas x e y, hablar del dominio o codominio de una función, dibujar sus representaciones gráficas o memorizar un conjunto de fórmulas referentes al concepto del límite, sus reglas, o reemplazar valores en las expresiones algebraicas, no significa que el estudiante realice procesos que estimulen el desarrollo del pensamiento variacional, por el contrario, esto se convierte en un obstáculo (Vasco, 2010), utilizar los sistemas geométricos y espaciales tampoco garantiza el desarrollo del pensamiento variacional, es claro que en los sistemas de representación se manipulan diferentes objetos, unos en el plano cartesiano en forma de gráficas estáticas (sin movimiento ni cambio), otros son las ecuaciones, las funciones, etc., objetos que por sí solos a veces no determinan el concepto de variación y no permite comprender el concepto del límite o de la derivada de la función un punto específico; desde luego que el pensamiento variacional está relacionado con el sistema numérico, el sistema espacial y el sistema métrico, pero el desarrollo del pensamiento variacional va más a fondo, tiene que ver con la percepción, con las relaciones, con la identificación de la variación y el cambio en diferentes contextos.

Al abordar la derivada a partir del concepto del límite, es primordial comprender el concepto del límite no desde el punto de vista de su definición épsilon y delta, sino como un proceso de cambio que posibilite el desarrollo del pensamiento variacional.

El concepto del límite, sin lugar a dudas requiere de la formación de conceptos matemáticos, de teoremas y reglas fundamentales hasta lograr la resolución de problemas, pero en el proceso de enseñanza se debería partir de fenómenos que están en constante cambio, luego realizar un registro numérico que posibilite analizar la variación del fenómeno y luego llegar a la modelación, complementando con los teoremas y conceptos fundamentales que demanda el rigor de las matemáticas.

En este sentido, está en juego un tipo propio de razonamiento, que posibilite el análisis de situaciones que involucren el cambio, las aproximaciones numéricas y la modelación por medio de funciones f(x) de una variable real; es claro que esta estrategia demanda más tiempo de trabajo directo con los estudiantes, teniendo en cuenta el contenido y los conceptos, enseñanza que se torna mucho más complejo cuando se enseña la derivada a partir del concepto del límite, proceso difícil de entender para los estudiantes, y mucho más cuando se aborda la derivada para funciones elementales (trigonométricas y exponenciales) a partir del concepto del límite, de acuerdo con Robles Arredondo, M. G., Del Castillo Bojórquez, A. G., y Font Moll, V. (2012).

Propuesta didáctica apoyada con recursos digitales

Es preciso mencionar la importancia de incorporar las herramientas ofrecidas por las tecnologías de la información y las comunicaciones (TIC), en las aulas de clase, en particular para la enseñanza de las matemáticas, es un asunto de análisis y reflexión en la formación de las nuevas generaciones de profesionales en ingeniería y carreras afines, cuyo rol en la sociedad está marcado por afrontar retos y problemas específicos de su oficio u ocupación laboral y los requerimientos que demanda la globalización y la sociedad del conocimiento. No se trata de incorporar las TIC en las aulas porque sí, es significativo aplicar estrategias que posibiliten la discusión, la abstracción y el análisis de los conceptos matemáticos.

Como parte del cambio y soporte a los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, el departamento de Matemáticas de la Universidad Militar Nueva Granada, cuenta con la plataforma Moodle, para que los docentes diseñen y organicen cursos virtuales correspondientes a sus asignaturas, sin embargo, en el área de matemáticas se deben buscar otros recursos digitales que posibiliten la interactividad y generen ambientes de aprendizaje donde el estudiante sea el eje central del proceso.

Si bien es cierto que se han realizado diversidad de investigaciones sobre la enseñanza de las matemáticas en la UMNG y en otros centros educativos, también es cierto que en muchas Instituciones de Educación superior (IES) se continúan desarrollando prácticas de aula con el modelo tradicional, donde a partir de un listado de temas estructurados en el curriculum (para el caso del cálculo diferencial), se exponen a los estudiantes y luego se refuerza el conocimiento con el desarrollo repetitivo de ejercicios sobre límites y derivadas, en otros casos se hace uso de las herramientas ofrecidas por las tecnologías de la información y las comunicaciones (TIC) sin generar procesos de cambio e innovación, por el contrario las TIC se utilizan para potencializar el modelo tradicional desarrollando las mismas dinámicas en un computador, en otros casos se han utilizado las TIC para innovar estrategias de enseñanza y aprendizaje.

Hernandes y Da Silva (2008), consideran que el uso de la tecnología por parte de los estudiantes y docentes, proporciona una forma diferente de adquirir y de explorar los conceptos matemáticos.

Vasco (2010), argumenta que el uso de las TIC, permite nuevos momentos y ambientes de aprendizaje, apropiado y potente para el desarrollo del pensamiento variacional.

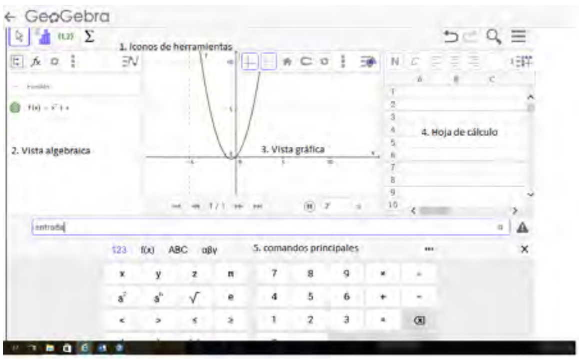
En esta parte del trabajo, se intenta, con el uso de GeoGebra dentro del aula de clase, que el estudiante conceptualice el concepto del límite por aproximación gráfica y numérica y que comprenda el concepto de variación el cual está implícito en su definición.

En este sentido, en el trabajo se proponen los siguientes objetivos: diseñar actividades basada en un conjunto de prácticas utilizando el software GeoGebra (el cual será descargado en los celulares) para la enseñanza del concepto del límite y la derivada para estudiantes de ingeniería (Mecatrónica, Civil, Telecomunicaciones e Industrial) que cursan cálculo diferencial en el segundo semestre de sus carreras; analizar el impacto que se tiene al utilizar el software, en el que se hace hincapié en el concepto del límite como proceso de variación a partir de la aproximación desde el sistema de representación numérico y gráfico y por último analizar el comportamiento de los estudiantes con el uso del celular dentro del aula de clase.

Porqué GeoGebra

Teniendo en cuenta los objetivos, el desarrollo de las competencias (en los estudiantes) correspondientes a la asignatura del cálculo diferencial y las políticas institucionales, se propone como estrategia didáctica para la enseñanza del concepto de límite y la derivada, el uso del software de matemáticas GeoGebra, el cual posibilita su uso de manera dinámica en todos los niveles de la educación superior, permite que los estudiantes manipulen diferentes objetos matemáticos y proporciona al estudiante espacios de variación y cambio desde el punto de vista geométrico y numérico a través de la programación de los deslizadores.

Figura 1. Interfaz en GeoGebra.



Fuente(s): pantalla tomada de GeoGebra y modificada por el autor.

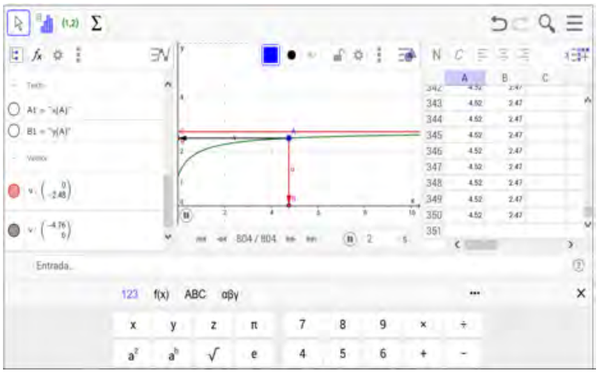
Con este software, es posible escribir expresiones algebraicas, lógicas y numéricas, se pueden representar diferentes tipos de curvas en coordenadas polares y cartesianas, como rectas, elipses, circunferencias y todo tipo de funciones de manera general (trigonométricas, polinómicas, exponenciales, hiperbólicas, racionales y funciones por partes), la pantalla de este software es amigable y de fácil acceso para los usuarios, en su pantalla se hallan de manera visible diferentes íconos que hacen referencia a un conjunto de herramientas básicas para su manejo y ejecución de procesos (ver figura 1), entre éstas se tiene el menú, la caja de herramientas (parte superior), por otro lado se puede tener a la vista la parte algebraica (lado izquierdo), la parte gráfica (lado derecho) y la hoja de cálculo, además en la parte inferior se encuentra la barra de entrada (comandos, operadores, letras griegas, etc). Dentro de sus herramientas, específicamente se encuentran algunos objetos de manipulación (desplaza, rota, crea puntos, genera rectas, circunferencias, etc.); la herramienta desplazar entre otras, posibilita desplazar las gráficas, un punto, una recta o el plano cartesiano (esto facilita visualizar el plano cartesiano en su totalidad o por partes), se pueden rotar objetos y crear deslizadores.

El deslizador se visualiza gráficamente como un segmento de recta (dial), donde cambia de manera autónoma un número, para ajustar el valor del número, la ventana emergente permite asignar un nombre, especificar un intervalo, y definir el incremento del valor correspondiente, además que permite programar una animación con diferentes velocidades; Con la animación es posible mover un objeto sobre cualquier trayectoria, esto permite crear algunos cambios de velocidad o dirección del movimiento.

Esta herramienta conocida como deslizador, se ha tomado como base para enseñar el concepto de límite y de la derivada de una función, teniendo en cuenta que es posible escribir una función, visualizar su representación algebraica, su representación gráfica y tabular en GeoGebra; utilizando el deslizador el cual se le asigna un nombre con una letra en minúscula (a), se puede calcular el límite de una función.

Dentro de la práctica de aula, se desarrolla una metodología de tipo exploratoria, para realizar un estudio sobre la interacción que realizan los estudiantes con los diferentes herramientas en GeoGebra; como una primera parte del proceso, se lleva a cabo el desarrollo de un taller donde los estudiantes deben calcular una serie de ejercicios sobre límites a lápiz y papel (modelo tradicional), en una segunda etapa se trabaja con el software GeoGebra para calcular algunos límites de funciones propuestas, siguiendo las instrucciones dadas.

Figura 2. Límite de la función f(x) realizado en GeoGebra.



Fuente(s): Imagen tomada por el autor en https://www.geogebra.org/m/YhMm8vgX

En la figura 2, se puede observar la representación algebraica y gráfica de la función dada, de manera explorativa, se analiza el trabajo que desarrollan los estudiantes, a partir del taller entregado, ellos comenzaron a realizar conjeturas, a identificar las variables independientes y dependientes y realizar diferentes tipos de análisis, como las distancias que recorren las variables, independiente (x) o el punto B y la variable dependiente (y) o el punto C, la velocidad con la que se mueven dichas variables y la forma como se mueve el punto coordenado A=(x,y), todo esto al momento de ejecutar la animación del deslizador en la interfaz de GeoGebra.

Se les pidió a los estudiantes, que hablaran sobre los objetos matemáticos identificados, sobre la variación y concluyeran sobre la convergencia del o (los) límites presentados.

Conclusiones

De acuerdo a los objetivos definidos en la estrategia didáctica, a continuación se exponen las conclusiones a partir de los mismos.

En cuanto al diseño de las actividades, éstas se diseñaron teniendo en cuenta los lineamientos curriculares establecidos por el MEN y dando cumplimiento a los estándares básicos de las competencias matemáticas para las Instituciones de Educación Superior (IES). El material se diseñó para apoyar y orientar las clases presenciales de 6 horas con los estudiantes a cargo. El trabajo con este material se potencializa y amplía con el uso del software GeoGebra.

Desde el enfoque por competencias, se pudo observar en los estudiantes, argumentaciones que realizaron y los diversos procesos matemáticos a partir de las diferentes representaciones (numérica, gráfica), para poder determinar la solución de los límites de las funciones dadas, por otro lado la parte visual e interactiva ha posibilitado un saber perceptible y dinámico sobre la convergencia de un límite o su divergencia, lo que nos permite inferir que los estudiantes evaluaron un proceso secuencial que los indujo a un proceso de pensamiento variacional.

Con el deslizador de GeoGebra, se facilita el análisis gráfico y dinámico para aproximar a la solución de límites, pero no se logra la construcción formal del concepto de limite (épsilon y delta).

El uso de recursos tecnológicos, si bien favorecen algunos procesos de aprendizaje y desarrollo del pensamiento variacional, éstos se deben complementar con el trabajo del lápiz y papel, con el fin de avanzar a la construcción de significados.

Un adecuado uso de la tecnología en el aula de clase de matemáticas, favorece la motivación de los estudiantes, mejora los tiempos de trabajo en el aula, lo cual permite realizar más ejercicios e indagar sobre otros conceptos matemáticos, como la razón de cambio, la velocidad, la distancia, etc. En este caso los estudiantes estuvieron más participativos, más activos, realizaron más preguntas y realizaron más proposiciones sobre el concepto del límite.

El desarrollo de la tecnología parece no tener límite, por lo cual resulta favorable su uso de una forma didáctica bajo un enfoque pedagógico que posibilite el desarrollo de competencias tecnológicas y el desarrollo de procesos del pensamiento variacional.

Referencias

Dolores Flores, C. (2010). El lenguaje variacional en el discurso de la información. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa,* 241-254.

Hernandes, G.; Da Silva, S. (1989). La representación gráfica de la recta con respecto a una función para un punto específico utilizando el software Winplot. *Electronic Proceedings of the Eleventh international Congress on Mathematical Education Mexico.*

Ministerio de Educación Nacional (2006). Estándares básicos de competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. *MEN*. Bogotá, 46-95.

Robles Arredondo, M. G., Del Castillo Bojórquez, A. G., & Font Moll, V. (2012). Análisis y valoración de un proceso de instrucción sobre la derivada*. Educación matemática*, 24(1), 35-71.

Valls, J.; Pons, J. y Llinares, S. (2011). Coordinación de los procesos de aproximación en la comprensión del límite de una función. *Enseñanza de las ciencias*, 29(3), pp. 325-338.

Vasco, C. E. (2003). El pensamiento variacional y la modelación matemática. In Anais eletrônicos do CIAEM–Conferência Interamericana de Educação Matemática, Blumenau (Vol. 9).

Revista Internacional de Aprendizaje en Ciencia, Matemáticas y Tecnología, 5(2), 2018, ISSN 2386-8791

CARACTERÍSTICAS DE LOS OBJETOS MATEMÁTICOS CONTEMPORÁNEOS SEGÚN LAS BASES DE LA REPRESENTACIÓN DE LOS OBJETOS MATEMÁTICOS GRIEGOS

Characteristics of the Contemporary Mathematical Objects According to the Bases of the Representation of the Greek Mathematical Objects

MAGDALENA PRADILLA RUEDA
Corporación Universitaria Republicana, Colombia

KEY WORDS

Epistemology of Mathematics
Mathematical objects
Effective procedures
Decidability
Machines logics

ABSTRACT

The representation of mathematical objects, assumes its existence or reality. Located in two periods: a - ancient Greece: Platonic realism, objects are abstract ideas and Aristotelian empiricism, logical entities based on the empirical object; b- developments contemporary 19th century – 20th: the existence is linked to the conceptual and the construction of accurate and effective methods such as logical machines, extending mathematics and its applications relating to biological phenomena (ability to calculate). The implication of the existence of mathematical objects of the first period is shown in the second, differences and degree of evolution.

PALABRAS CLAVE

Epistemología de las Matemáticas
Objetos Matemáticos
Procedimientos efectivos
Decidibilidad
Máquinas Lógicas

RESUMEN

La representación de objetos matemáticos, *supone su existencia o realidad. Situados en dos períodos: a- la antigüedad griega:* realismo platónico, *los objetos son* abstractos, ideas *y en* empirismo aristotélico, *son entidades* lógicas *basadas en el objeto empírico; b- desarrollos contemporáneos siglo XIX – XX: la existencia está ligada a lo conceptual y a la construcción de métodos precisos y efectivos, como* las máquinas lógicas, *ampliando las matemáticas y sus aplicaciones referidas a fenómenos biológicos (capacidad de calcular). Se muestra la implicación de la existencia de objetos matemáticos del primer período en el segundo, diferencias y grado de evolución.*

1. Introducción

El concepto filosófico de *Representación* es muy antiguo y ha estado en el centro de la filosofía occidental. La palabra *Representación,* a nivel general, viene del latín *representare*: reproducir, en griego *εἰκώ:* parecer, *εἰκών*: imagen y tiene varias connotaciones según el dominio de la ciencia a la cual nos referimos (Nouveau Petit Larousse 886), así por ejemplo, en:

Filosofía:

- Acción de hacer sensible o presente al espíritu una cosa, un fenómeno, una idea por medio de un sustituto o un artificio, como una figura, un símbolo o un signo. El conocimiento producido en la mente se realiza por medio de los sentidos o la memoria, de manera que, la escritura es la representación de la lengua hablada por medio de signos gráficos, un histograma la representación sobre la evolución de precios.

Arte:

- Acción de presentar las sensaciones o pensamientos de un artista o de presentar un espectáculo delante de un público: por ejemplo, una obra de teatro, una escultura.

Derecho:

- Acción de representar a alguien o a una colectividad: por ejemplo, la representación de minorías.

Matemáticas:

- Acción de representar un pensamiento u objeto abstracto de una forma material: por ejemplo, las figuras geométricas o los sistemas de ecuaciones diferenciales.

En cualquiera de estas connotaciones la *existencia del objeto* representado es inseparable del objeto y "hace uno solo con la representación dada" (Bergson, 1907, p. 285). Igualmente, la representación que nos hacemos del mundo, al designar una idea, un pensamiento, una sensación, expresa también el hecho de comunicarlos, o de colocarlos delante de los ojos del otro. Para lo cual, como se ha visto, se cuenta con varias *formas de representación*, como diferentes modos semánticos para el arte, la matemática, la imagen y el grafismo que visualizan su existencia en hechos o realidades, y en este contexto, una representación puede ser una cosa que representa otra. Por ejemplo, un plano es una representación gráfica de una parte del mundo en geografía. Una curva puede visualizar medidas físicas relacionadas, en un plano cartesiano, por ejemplo, (curva de temperatura, de pluviometría, ...) o puede representar cosas muy abstractas, en dominios como las matemáticas, una función matemática visualizada primero por un medio estadístico, o representar un conjunto de resultados de la función bajo una forma de puntos relacionados, para descubrir una tendencia general.

Situados en el núcleo de la representación de *objetos matemáticos* (Caveing, 2004, p. 75), entendidos éstos como los *elementos* que usa un matemático tanto en su labor teórica como en sus aplicaciones. El objeto se puede caracterizar como una unidad sintética de un sistema de relaciones, más primitivas que él y se puede verificar según nociones de base, como en matemáticas, los conjuntos, números, espacios, ...etc.

Igualmente, la representación misma en el objeto, tiene como soporte una *existencia o realidad* que la sustenta; los matemáticos hablan de *la existencia o no-existencia* de los objetos matemáticos, referidos, por ejemplo en el tercer postulado de Euclides: "Que sea ordenado, escribir un círculo de centro cualquiera y de distancia cualquiera (un radio)", el cual establece, por un lado la *existencia* de la figura circular cuya definición indicaba la propiedad de *tener todos los puntos de su periferia iguales según la distancia del centro* y por otro lado presenta su constructividad, en donde, trazando de un punto dado una circunferencia, se obtienen todas las direcciones que se quieran de líneas iguales (constructividad basada en la regla y el compás). De esta manera la existencia del objeto es más clara que en la de su antecesor Aristóteles que afirma: *el geómetra supone el significado del triángulo, pero se puede ver la existencia* (Brunschvicg, 1972, p. 90).

Sabemos igualmente, que la pregunta sobre la existencia o realidad de los objetos, nos conduce a una cierta ontología, según J. Boniface (2004, p.273):

> ...no hay existencia matemática absoluta, la existencia es al contrario siempre relativa a un sistema [...por ejemplo], el punto de vista de Hilbert permite salir de una concepción ontológica de la existencia matemática, y propone una concepción puramente lógica, que se apoya sobre una base concreta.

De manera que, si ciertos matemáticos pueden admitir la existencia de objetos matemáticos, como parte de una ontología que va a trazar su representación, no todos se preguntan sobre la naturaleza misma de esta existencia[1], sin embargo se encuentran dos períodos precisos, en donde este tema se hace relevante para los matemáticos, lógicos y filósofos, en general y en donde se ve una evolución en la concepción de estos objetos y por lo tanto de su representación y existencia.

---

[1] J. Boniface (2004, p. 8) nos llama la atención sobre el parecer de *Dieudonné* del Grupo Bourbaki (1977, 145) que dice: "En cuanto a los fundamentos nosotros creemos en la realidad de las matemáticas, pero evidentemente cuando los filósofos nos atacan con sus paradojas, corremos a escondernos detrás del formalismo y decimos: "la matemática no es sino una combinación de símbolos privados de significado", y luego producimos los capítulos 1 y 2 de los *Elementos de la teoría de Conjuntos.* Finalmente nos dejan en paz para volver a nuestras matemáticas, y hacer como nosotros lo hemos hecho siempre, trabajar con alguna cosa de real"

Se puede, entonces, localizar el primer periodo de evolución, en la antigüedad griega, que instaura la ciencia racional y se ve una ruptura con las matemáticas babilónicas y las egipcias y un segundo período, al final del siglo XIX, lo que nos lleva a preguntarnos sobre la implicación de la forma de representación de los objetos matemáticos del primer período en el segundo período, sus diferencias, el grado de evolución, las características resultantes en el período contemporáneo y las implicaciones de éstos, dentro de las matemáticas y sus aplicaciones actuales.

2. Representación y existencia de los objetos matemáticos

Podemos decir que dentro de la dinámica de las matemáticas se encuentra una *puesta en forma* (Boniface 2003, p. 3) del objeto mismo, la cual comprende ciertas nociones como la *representación, la simbolización y la formalización.* Así, como resultado nos encontramos con formas diversas de objetos, como las geométricas, diseños, figuras, representaciones gráficas, estructuras, modelos, lenguajes,… Estos objetos, como hemos planteado, son entonces la representación de una cierta realidad o existencia, que depende entonces del sistema matemático en el que nos situemos, de manera que, en este caso, vamos a retomar dos períodos de evolución de las matemáticas (Desanti, 1968, pp. 10-11): las matemáticas griegas y las matemáticas contemporáneas o modernas que ilustran y contextualizan la realidad perteneciente a los objetos, en estos períodos.

2.1. Representación de los objetos en las matemáticas griegas

La primera gran evolución de los objetos matemáticos se remonta a la matemática griega, como una forma de *pensamiento abstracto* que es la fuente de la ciencia occidental, para presentar las explicaciones del mundo sensible, en un nivel abstracto. Se ve entonces un paso progresivo del *mito a la ciencia* que llega a ser para los griegos un *bien público*. Uno de los objetos de discusión, por ejemplo, eran las *proposiciones matemáticas*, que no son simples enunciados que traducen los hechos empíricos, sino enunciados que necesitan una demostración que conduce, de una proposición (premisa) a una conclusión. Así, el desarrollo de las matemáticas griegas en general sigue un ascenso hacia la razón y su realidad gira hacia la abstracción; hay una gran evolución de los objetos, con respecto a las matemáticas babilónicas y egipcias, cuya realidad estaba basada en entidades singulares y concretas, era totalmente empírica, como la necesidad, después de cada inundación del Nilo, de redistribuir equitativamente los campos a sus propietarios o la búsqueda de reglas eficaces sobre los planos correspondientes a su aplicación, sin que estas reglas sean estudiadas en sí mismas.

A esta matemática, de realidad *empírica* le sucede una matemática *racional* donde a las entidades singulares y concretas se le substituyen entidades *abstractas*, ideales; no se trata de considerar un terreno rectangular, sino de estudiar las propiedades del rectángulo y es esta estructura abstracta del rectángulo que es la esencia misma de la realidad, causa entonces de las realidades empíricas (terreno rectangular). Así, para los *Pitagóricos* (Dahan – Dalmedico y Peifer, 1986, pp. 46-49), por ejemplo, los números que se identifican a conjuntos de puntos dispuestos en configuraciones geométricas, son la representación de piedras (*calculi)* colocadas en la arena o la forma geométrica representación de la manera como las estrellas se disponen en una constelación, los conduce a la búsqueda de *esencias* o a la estructura misma de las realidades empíricas. A su vez, ellos definen las propiedades de los números o de las configuraciones o de las formas que estos representaban.

Esta evolución en los objetos matemáticos, trae grandes discusiones sobre la naturaleza misma de estos objetos, de manera que, los *objetos abstractos* pueden ser o bien entidades perfectas y puramente inteligibles, que son las *ideas* dotadas de una representación (la esencia del rectángulo) y de una realidad fuera de cualquier objeto empírico, lo que conforma el *realismo platónico;* o bien pueden ser entidades *lógicas*, en donde las esencias no tienen realidad por si solas, sino que toman su existencia a partir del objeto empírico (el rectángulo mismo del terreno) y es lo que conforma el *empirismo aristotélico.*

2.1.1. Realismo Platónico

Platón con el fin de afianzar el pensamiento abstracto, plantea la *Teoría de dos Mundos*: el mundo sensible, en el que vivimos y el mundo inteligible de las ideas, esencias inmateriales, eternas, como arquetipos de la realidad y base de los objetos del mundo real. En la *Analogía de la Línea (La República, Libro VI- 509ª-511e)*, Platón determina una línea que *representa* el mundo y se divide en dos mundos y cada uno de estos se divide a su vez, en dos partes, que llevan al *bien*, como principio y fin de todos los seres humanos y de todas las ideas, así:

- El *mundo sensible* que contiene lo que se experimenta indirectamente, como las sombras o reflejos en los espejos de los objetos reales; y lo que se experimenta directamente, como son los objetos reales.
- El *mundo inteligible* o de aquello que es aprehendido por el espíritu, separado en: el campo de la ciencia, como los objetos matemáticos, que al ir más allá de su

soporte material (figuras geométricas, por ejemplo, o números) llevan al conocimiento intelectual como los teoremas intelectuales; y el reino de las ideas que es aprehendido por la *razón pura*.

De manera que, si los objetos sensibles están sometidos al cambio no pueden ser aprehendidos sino subjetivamente, al contrario, sus modelos son universales, inmutables y permanentes. En el *mundo de las ideas*, éstas son eternas, anteriores a toda experiencia y aprehendidas intuitivamente como objetos que se pueden contemplar mentalmente, es entonces, en este espacio donde Platón señala el conocimiento verdadero y atemporal, contrario a lo temporal y fugaz. De manera que, el círculo trazado en la arena no es sino una realización imperfecta del círculo abstracto que vislumbra el círculo ideal, y es éste el objeto del conocimiento matemático. Por ejemplo, el filósofo–matemático, será capaz por sí mismo, de enumerar cinco cosas, si tuviera en él primero la idea de número y la esencia del número 5, como ideas atemporales y verdaderas. Lo cual nos lleva a decir que las ideas preceden a un conocimiento sensible, en el mundo de Platón.

Es así que, para basar el Mundo de las Ideas en un conocimiento racional, inteligible y de principios no- hipotéticos (reales), Platón presenta el campo de los objetos abstractos, como conocimiento racional discursivo, cuyo soporte son los *objetos matemáticos*, representados materialmente en símbolos, figuras, signos, etc. y que al ir más allá de ellos, por medio de la reflexión y contemplación intelectual, nos conducen a las *Ideas.* Los objetos matemáticos se convierten, entonces, en un paso obligatorio para acceder al *sistema platónico* e igualmente este planteamiento tiene una consecuencia sobre la estructuración misma de las matemáticas, por ejemplo, en el ejercicio de la *demostración*, el recurso a la experiencia está prohibido. Así, de esta manera solamente es posible el uso exclusivo el razonamiento deductivo, lo que transforma radicalmente las matemáticas. El objetivo está en la búsqueda de la verdad eterna e inmutable, contrario a los razonamientos por analogías o por inducción que no ofrecen certeza segura a nivel de las conclusiones; la deducción, al contrario, conduce a resultados absolutamente ciertos, si las premisas son correctas.

Anotaciones:

El idealismo platónico (o realismo de las ideas, porque las ideas son la realidad fundamental) puede recibir dos interpretaciones, en el caso de las matemáticas: una interpretación ontológica, según la cual las realidades fundamentales son las ideas en donde el mundo sensible no es sino una copia; y una interpretación en términos epistemológicos que hace de la construcción de los objetos matemáticos el punto de partida de cualquier conocimiento posible en matemáticas.

Así mismo, a partir de los lineamientos establecidos en la Academia de Platón practicados por Euclides (s. IV a. C.), aparecen los *Elementos de Geometría*, con lo que se enriquece el patrimonio de las verdades matemáticas conocidas, comenzando por presentar el orden jerárquico de un sistema matemático. Los objetos o elementos geométricos se construyen con la regla y el compás, pero se imponen como los objetos de una ciencia abstracta y deductiva, caracterizada de perfección y rigor en su construcción y demostraciones, cercanos a la concepción de los objetos concebidos por Platón.

2.1.2. Empirismo aristotélico:

Al contrario del planteamiento de Platón, si la representación de los objetos no se hace a partir de la existencia de las *Ideas*, sino a partir de los objetos del mundo sensible, la representación de los objetos matemáticos es de otro tipo, se encuentra en la existencia de realidades singulares[2]. Aristóteles en *Categorías* (*5 La Substancia 15-35*), la substancia es, en el sentido más fundamental, lo que no se afirma de un sujeto ni en el sujeto: por ejemplo lo que tiene de particular el hombre individual o el pájaro individual, lo que quiere decir que es la existencia de las realidades individuales el fundamento de toda realidad, en donde a falta de la existencia de sustancias primarias, ninguna otra cosa podría existir. En la *Metafísica*, Aristóteles rechaza la noción en la que los *universales* pueden ser considerados como substancias, porque lo universal es lo que pertenece naturalmente a una multiplicidad y entonces nada de lo que existe como universal en los seres es una substancia, con lo cual no hay substancia compuesta de substancias, es decir que no tienen una existencia dentro del mundo sensible. Es precisamente este rechazo a los *universales* que estructura el anti-platonismo y su rechazo a la teoría de las ideas y al contrario define los objetos matemáticos, abstractos, como existentes a partir de representaciones de objetos sensibles. De manera que, si un cuadrado es estudiado por el geómetra fuera de una realidad física cuadrada, no existe el cuadrado como tal.

Anotaciones

Los herederos de la matemática griega y euclidiana trabajaron en aras de completar, ampliar, analizar y rechazar ciertos planteamientos, hasta la llegada de la geometría cartesiana o analítica. Geometría que no buscaba resolver directamente las dificultades de esta herencia, pero que lleva a la matemática a un verdadero cambio de objetos, y que habría que esperar al menos dos siglos para sacar las

2 Parecidos a los planteamientos posteriores de los *nominalistas*

principales consecuencias (Gardies, 2004, pp. 6-13). Razón por la cual no retomamos la evolución de sus objetos correspondientes y nos remitimos directamente a los objetos de la matemática contemporánea.

2.2. Representación de Objetos en las Matemáticas Contemporáneas:

El problema de la representación y existencia de los objetos abstractos matemáticos (Boniface 2004, pp. 14, 263-264), surge luego en el siglo XIX, referido a la *Crisis de los Fundamentos de Matemáticas,* y se problematiza, en el corazón mismo de las matemáticas, en diferentes dominios: en el análisis, la evidencia geométrica no es suficiente para probar la existencia de números irracionales; en algebra se ve la necesidad de reemplazar los números ideales por entidades que tengan una existencia "verdadera". Sobre esta existencia "verdadera", se oponen dos corrientes : la primera la de una matemática "real", ligada a la intuición, cuya existencia es tomada como *cálculo real*, en donde la fórmula algebraica reemplaza entonces la figura geométrica como testigo de éste cálculo y la segunda corriente la de una *matemática conceptual*, en donde la *consistencia* es suficiente para justificar la existencia. De esta manera, la discusión tomó una fuerza particularmente en el momento de la aparición de la *teoría de conjuntos*, en donde la pregunta se hace sobre la existencia o no de los conjuntos ellos mismos y particularmente de los conjuntos infinitos.

Estas discusiones sobre la existencia o no de los objetos, retoman los dos aspectos ligados a las corrientes griegas, así:

- Los seguidores de una matemática *real*, *platónica,* ligada a la intuición y a las matemáticas conceptuales, ideales, donde se concede una existencia a las clases de objetos. Esta corriente toma la vía de la transcendencia y la teórica. Los objetos simples, se pueden considerar como *existentes*, en tanto que ellos están a disposición para el uso de los matemáticos.
- Los que consideran una matemática con una *existencia,* empleada en el sentido de una *efectividad* o construcción de métodos claros y precisos en la resolución de problemas y en la presentación de los objetos abstractos matemáticos y niegan la existencia de las clases de objetos. Esta corriente toma la vía de la inmanencia, la práctica y la construcción de objetos.

En este último caso, se pueden tener varias líneas, dependiendo del tipo de la existencia y concepción de la representación del objeto matemático:

- *Nominalista*[3], donde las clases de objetos no son sino "formas de hablar" y por lo tanto no son objetos en sí mismos, son nombres o etiquetas convencionales, útiles para clasificar nuestras percepciones de la existencia de los objetos sensibles.
- *Empirista,* en el que el objeto matemático debe existir y representar una evidencia sensible. Aquí se quiere obtener objetos análogos a los de la ciencia de la naturaleza, se estudian los objetos matemáticos como se estudian los órganos en anatomía.
- *Intuicionista*[4]*,* en donde el objeto abstracto es una representación de la intuición sensible o conceptual.
- *Constructivista,* en el cual el objeto matemático es el resultado de una construcción, en el que muchas veces parte de elementos primitivos existentes, y que luego de un proceso de construcción, se produce el objeto en su totalidad. Las tres líneas anteriores, requieren de un proceso de construcción para la producción de sus objetos.

3. Representación de los objetos matemáticos contemporáneos relacionados con la efectividad

Uno de los temas innovadores, que llama nuestra atención, con respecto a la *Representación* en el desarrollo de ciertos objetos matemáticos contemporáneos, se encuentra ligado a la producción de procedimientos efectivos que, en algunas ocasiones se conocen como *máquinas lógicas,* desarrollados por los lógicos de los años 30, del siglo pasado. Estos objetos son de tipo *empirista*, ya que se van a referir a fenómenos biológicos del ser humano, como la capacidad de calcular, funcionamiento de redes neuronales, capacidad del lenguaje, etc.

En este sentido, las *máquinas lógicas* son *objetos abstractos* o máquinas abstractas que no tienen todavía elementos físicos o materiales pero son la representación de un objeto o cuerpo sensible, como el cerebro.

---

[3] En esta línea se encuentra Guillaume d'Occam (1280-1348), que es tomado como su fundador, el señala que lo *singular* puede comprenderse de dos maneras: *todo aquello que es uno y no varios* e igualmente *aquello que no está destinado a ser el signo de varias cosas*. Lo que es universal solo existe en la mente. (Kunzmann, Burkard y Wiedmann, 1993, pp. 89).

[4] El *Intuicionismo*, entre los cuales figuran Brower, Weyl, Poincaré y Kronecker, argumentan que la lógica clásica ha dejado de ser confiable y la lógica no tiene la verdad absoluta. Al dejar de lado los conjuntos finitos se han perdido los límites originales, es necesario volver a la *intuición* tanto sensible como conceptual. Una consecuencia es volver a la construcción de las matemáticas (Largeult, 1992, pp. 10-12)

3.1. Contexto lógico y matemático de las Procedimientos efectivos

El espíritu *fundacionalista* de las Matemáticas, a finales del siglo XIX, va a centrar su interés sobre el razonamiento *constructivo*. David Hilbert (matemático alemán: Konisberg, 1862 – Gottingen, 1943), se pregunta sobre las proposiciones que tocan el infinito y la posibilidad de utilizarlas de manera *finita.* Para ello, al retomar los *Elementos de la Geometría* de Euclides, se propone:

- precisar el estatuto de la Geometría (Hilbert, 1971) y la interpreta por medios algebraicos;
- probar la consistencia absoluta de la matemática, que a partir de la consistencia de los números enteros se deducirían las diferentes ramas de matemáticas;
- asegurar el aspecto formal de las proposiciones lógicas y posibilitar que la deducción se opere de manera efectiva, por medio de un procedimiento finito, operado fuera de ese sistema de deducción por el matemático, como disciplina del pensamiento. En este caso, nuestro pensamiento seria finitista y por lo tanto funcionaría de una manera efectiva y sería igualmente, modelo de los procedimientos efectivos y finitos.

Así, para Hilbert cualquier sistema matemático, debía ser *completo* (cada fórmula debe ser demostrada en el sistema*), consistente* (las fórmulas contradictorias no pueden ser generadas a partir de sus axiomas) y *decidible* (requiere un método efectivo para decidir si una formula puede ser verdadera o falsa) (Hilbert, Bernays, 2002, pp. 55-58).

Las respuestas al planteamiento de Hilbert fueron dados por los lógicos de los años 30 (Gandy, 1998, pp. 55-56) de manera negativa: Gödel (1931, pp. 105-143) responde al primer problema de la *completitud;* en el *primer teorema de incompletitud* prueba que hay un problema restante que está por fuera de un sistema totalmente formalizado (Axiomática, nominada por Hilbert), en donde un teorema (proposición verdadera) podía ser verdad sin ser obligatoriamente deducible de sus axiomas, lo que prueba que el sistema en cuestión no es justamente *completo* en un sentido *sintáctico*, pero que lo es en un sentido *semántico.* El *segundo teorema de incompletitud* establece que se puede tomar, a título del enunciado: "verdadero pero no probable"; mencionado en el primer teorema, el enunciado mismo de la *consistencia* , que al no contar con la completitud de pruebas elementales, entonces la consistencia no podría demostrarse al interior del sistema. (Blanché y Dubucs, 1996, pp. 370- 375). Gödel (1931, pp. 143) nos dice:

> Se puede demostrar rigurosamente que en todo sistema formal consistente que contiene una teoría finita de números relativamente desarrollada, existen proposiciones aritméticas indecidibles y que además, la consistencia de un tal sistema no sabría ser demostrada al interior de este sistema.

En cuanto al carácter *decidible,* es decir contar con procedimientos efectivos, formales y finitos en donde se sepa con anterioridad que una proposición del sistema puede ser demostrada o no, los matemáticos Alan Turing, Emil Post, Alonzo Church y Stephen Kleene, entre otros, se sitúan en la perspectiva de la *efectividad del cálculo,* es decir no solamente desde el planteamiento de las posibilidades de resolución, sino de las condiciones prácticas de su producción y presentan igualmente una negativa a la obligatoriedad de la decidibilidad, propuesta por Hilbert.

Además, estos matemáticos contaban con tres lineamientos de Hilbert: por un lado, el de que nuestro pensamiento seria finitista y funcionaría de manera efectiva, lo cual sería la base para la elaboración de estos procedimientos efectivos; por otro lado, un lineamiento epistemológico en el que *todo problema matemático tiene solución*, el cual tiene que tener una forma tal que sea posible resolverlo: no hay *Ignorabimus en Matematica*, de ahí la importancia dada a la búsqueda de procedimientos efectivos de solución de problemas matemáticos (Wagner, 1998, pp. 25); y finalmente la *recategorización* de las herramientas matemáticas como los procedimientos, los métodos de cálculo, … etc. que pasaban a tener el estatuto de *objetos* (Lassègue, 1998, pp. 39-42), lo que daba la posibilidad de ser caracterizados y estudiados claramente.

Así, los objetos matemáticos contemporáneos, de tipo *empírico*, van a tener las características anteriores y van a tomar varias formas de representación, como procedimientos efectivos, referidas a la forma de pensar o bien de cómo se calcula o cómo se realiza un procedimiento, o bien referidas a los procedimientos efectivos señalados por el funcionamiento de una red neuronal o igualmente las formas relativas a los lenguajes formales como representación de lenguajes naturales, utilizados por procedimientos efectivos o máquinas lógicas. Para nuestra argumentación, vamos a presentar tres desarrollos relacionados a los procedimientos efectivos o máquinas lógicas.

3.1.1. Procedimiento sobre cómo se sigue una lista de instrucciones

Emil Post (1936, pp. 103-105), se pregunta sobre: ¿qué hace un obrero que sigue una lista de instrucciones? Lo que nos conduce a un procedimiento general similar a una máquina, en donde Post va a presentarnos tres conceptos: un espacio simbólico donde se ejecuta el trabajo que conduce del problema a la respuesta, un conjunto de instrucciones fijo que, a la vez generará las operaciones dentro del espacio simbólico y determinará el orden en el cual estas instrucciones deben ser aplicadas y un obrero que realiza físicamente las operaciones.

El espacio simbólico consiste en casillas, ordenadas de manera análoga a la cadena de enteros: -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, …; el obrero que va a resolver el problema o seguir las instrucciones de la lista va a moverse en este espacio simbólico y puede seguir las acciones primitivas siguientes:

- Marcar la casilla en la cual se encuentra (supuestamente vacía)
- Suprimir la marca en la casilla en la cual se encuentra (supuestamente marcada)
- Desplazarse a la casilla de la derecha
- Desplazarse hacia la casilla de la izquierda

Independientemente de la presencia del obrero, una casilla puede estar en dos estados posibles: vacía o sin marca o contener una marca. Una de las casillas debe estar marcada como la del inicio. La respuesta debe ser una configuración de casillas marcadas obtenidas al final del procedimiento o seguimiento de instrucciones y este se termina cuando se llega a la instrucción de tipo *parar.*

El procedimiento debe ser finito, es decir que debe terminar por cada problema específico planteado, pero con este procedimiento no se puede prever que el problema presentado llegue a alguna solución, es decir que el procedimiento es *indecidible.*

3.1.2. Procedimiento sobre cómo se calcula o se piensa

Alan Turing, para dar respuesta al planteamiento de Hilbert, se propone aclarar la pregunta: ¿Cuáles son los procesos generales que se necesitan para calcular un número con una cierta propiedad?, se trata entonces de precisar primero la noción de cálculo y de función calculable (del tipo función sucesor: s0+ss0=sss0: 1+2=3) y luego la de *procedimiento efectivo.* Así, en su estudio (Turing, 1995, pp. 48-104) presenta un análisis riguroso sobre lo que hace una persona que calcula, según los símbolos observados y su “estado de espíritu” en un momento dado y muestra la característica formal del pensamiento cuando se realiza un cálculo (base epistemológica propuesta por Hilbert). En este sentido, él va a demostrar que no hay nada en el acto de calcular que no pueda realizarse por un dispositivo mecánico simple, lo que puede tomarse como una primera idea intuitiva de la calculabilidad.

Esta idea intuitiva va a ser formalizada proponiendo la llamada *máquina de Turing*, en donde toda función que cuenta con un procedimiento puede ser *calculable* por intermedio de esta *máquina,* lo que puede llamarse su tesis *mecanicista,* aunque se trate de una máquina abstracta de papel, que consiste en un conjunto regulado de operaciones sobre cadenas de signos (Turing, 1995, p. 51):

> Un hombre que calcula el valor de un número real puede compararse a una máquina susceptible de encontrar un número finito de estados q1, q2, …, qr que se pueden llamar m-configuraciones […] el comportamiento de este hombre que calcula está determinado a cada instante por los símbolos que observa y por su “estado de espíritu” en cada momento.

Como en la propuesta de Post, la estructura de la máquina es muy simple:

- una banda cuyo lado derecho es infinito, dividida en casillas de la misma talla (memoria rudimentaria), las funciones que pueden desarrollarse sobre la banda son escribir, leer y memorizar las etapas intermedias de un cálculo;
- una cabeza de lectura y escritura, capaz de desplazarse a lo largo de la banda, en un tiempo *t*; un conjunto finito de símbolos: 0, 1, *s* (separar expresiones), *d* (principio de la banda), *f* (fin del cálculo);
- un conjunto finito de estados que permiten distinguir varios comportamientos posibles (el principio, la parada, la lectura, la supresión, la adición, …); un conjunto finito de instrucciones.

La máquina de Turing, sin embargo no permite determinar con anterioridad la relación entre los problemas de cálculos infinitos y la obligatoriedad de lo finito del procedimiento. Esta afirmación se sintetiza en: ¿se puede saber, de manera general, sin haber realizado el cálculo, que la máquina va a parar o no? A lo cual, la respuesta es negativa, ninguna máquina o procedimiento permite ver, con anterioridad, el resultado del cálculo, es decir su parada y su decidibilidad.

3.1.3. Procedimiento referido al funcionamiento de una Red Neuronal

Fuera del contexto Lógico Matemático de la *decidibilidad*, Stephen Kleene (1956, pp. 3-41) en su estudio *Representation of events en nerve nets and finitude autómata,* plantea la representación de un organismo y un autómata[5] que reciben un estímulo y efectúan una reacción y la pregunta se sitúa en saber qué tipo de estímulo puede ser representado por el estado del organismo o del autómata (Barbin, 2003, pp. 24-30). Kleene se enfoca en los estímulos de las redes nerviosas y retoma los estudios de estas redes introducidas por W. S. McCulloch y W. Pitts (1943). Para mostrar cómo funciona una Red Neuronal, estos investigadores definen una *red de neuronas formal* constituida por un número finito de neuronas relacionadas entre ellas y determinan que, las funciones de las neuronas, pueden tener dos terminaciones: estimulada ($n_{(e)}$) o inhibida ($n_{(i)}$), se

[5] *Autómata,* definido como una máquina de estados finitos.

puede pensar como circuito eléctrico como: prendido -1- y apagado -0-, así:

$(n_{(e)}=1)$; $(n_{(i)}=0)$.

Esta formalización sencilla de una red neuronal, se convierte en el primer *modelo lógico* del cerebro y presenta las bases para sustentar el principio de transmisión de signos.

Stephen Kleene (1956, pp. 3-41), retoma estos planteamientos y formaliza la noción de Red Neuronal, por medio de la asociación de ésta a una *tabla* (Tabla 1: Red Neuronal Formalizada), compuesta de *k* neuronas de entrada n_1 , ... n_k, que pueden estar encendidas (1) o apagadas (0) en un tiempo (t) dado, así:

Tabla 1: Red Neuronal Formalizada

T	N_1	N_2
T	*1*	*0*
t-1	*1*	*1*
t-2	*0*	*1*

Igualmente, al utilizar símbolos lógicos, la Red Neuronal puede ser una red de conjunción (∧), de disyunción (v) o negativa (¬).

Anotaciones

Estas muestras de objetos matemáticos contemporáneos presentan un grado de evolución epistemológico con respecto a los objetos matemáticos de la antigüedad griega. Si bien son objetos abstractos empíricos porque son representaciones del mundo sensible, el cerebro, la función de calcular o la red neuronal, estarían dentro de la línea aristotélica, estos no corresponden ni a la representación de esencias, ni al objeto sensible como tal sino al *cómo se hace el cálculo o la red neuronal*, etc., lo que correspondería al *procedimiento efectivo*, que debe ser totalmente formalizado y sobre el cual se pueden realizar cálculos. Razón por la cual, estos procedimientos han sido recategorizados como *objetos* y siguen el lineamiento de Hilbert en el cual nuestro *pensamiento sería finitista y funcionaría de manera efectiva*, de ahí el recurso al ser humano en sí mismo, tanto en su funcionamiento corporal como mental. Pero este recurso es más de tipo *intuicionista,* porque la base real es la existencia de una intuición mental o corporal, que para Hilbert, asegura la representación del objeto matemático. De esta manera, estos objetos matemáticos, *máquinas lógicas* o procedimientos efectivos serían objetos abstractos empíricos e intuicionistas.

3.2. Características de la formalización de la representación de máquinas lógicas

El lineamiento epistemológico de Hilbert, en el que *todo problema matemático tiene solución*, el cual requiere una formalización hasta el momento que se pueda resolver, conlleva a una serie de ajustes en el desarrollo de la representación, de manera que, entre el objeto sensible o intuitivo y el objeto matemático representado como tal, necesita pasar por tres acciones (Pradilla, 2008, pp. 20-25): la simulación, la realización de un modelo a partir de lo simulado y la adecuación de formas de representación a las máquinas lógicas o procedimientos, según el caso, así:

- la *simulación*, en la cual se reproducen los efectos lógicos del fenómeno, comportamiento u objetos empíricos. Simular, tomado en el sentido de "*hacer parecer como* real y no tomar el fenómeno como tal" (Nouveau Petit Larousse, p. 527), no se trata, entonces, de reproducir un comportamiento con exactitud, lo que sería una *imitación*. Son entonces los efectos lógicos que se presentan como lo *real* y no el fenómeno como tal. La simulación es del campo de la experiencia pero el *objeto-producto* de esta simulación es del orden lógico-teórico. La simulación busca recrear las condiciones de producción de lo real y de la objetivación de los fines pasa a la objetivación de los medios a partir de una estructura lógica matemática (Quéau, 1986, p. 147). De manera que, no se simula al hombre en sus relaciones adaptativas con un ambiente (lo que sería una imitación biológica) sino las representaciones lógicas que el cerebro humano es susceptible de elaborar, es decir se utiliza el conjunto formal de la lógica que se considera como la base de las representaciones.
- El objeto-producto de la simulación es un *modelo* que toma un lugar central en el desarrollo de la maquina lógica. El *modelo* es en principio, el objeto sensible, empírico o intuitivo que se representa mientras que, en este contexto de las máquinas lógicas, el *modelo* es lo representado (Dupuy, 1994, pp. 15-30). El modelo- máquina es una ¨idealidad¨, formalizada y matematizada que representa las modalidades de su construcción y no *el ser* de los objetos que se representan. Igualmente, el modelo, por construcción, es susceptible de realizaciones materiales múltiples, sin que el modelo sea alterado. Así, el *modelo- máquina* tiene una vida propia, una dinámica autónoma independiente de toda realidad fenomenológica, que facilita sus cálculos y la utilización lógica.
- Las formas de representación, que en principio son de dos naturalezas, la *numérica* y la *simbólica*, en donde esta última, en estas representaciones contemporáneas, sigue una ampliación

considerable, nos encontramos con formas como las tablas, los gráficos, procesos y notablemente los lenguajes y los procedimientos efectivos.

- En cuanto a los *lenguajes*, han tenido que evolucionar, debido a que dentro de la máquina lógica o procedimiento efectivo es necesario contar con expresiones sin ninguna ambigüedad con signos precisos, porque según Frege (1971, p. 64), "los signos tienen, para el pensamiento, la misma importancia que tiene para la navegación, la idea de utilizar el viento, con el fin de luchar contra el viento". Es así que, un lenguaje completamente codificado, constituido de unidades elementales que permitan expresar los símbolos requeridos para el desarrollo de la máquina lógica, se hacen necesarios. En este sentido, Turing determina que los símbolos, números, operaciones e instrucciones se pueden reducir a un lenguaje binario para asegurar su generalidad, comprensión y su cálculo.
- En cuanto a los *procedimientos y procesos* que utiliza una máquina, se pueden utilizar estructuras predeterminadas, como por ejemplo, la utilización del tratamiento de la discontinuidad o la retroacción. De manera que, si la mayoría de los fenómenos de la naturaleza se desarrollan en lo continuo, el desarrollo de esta máquina se basa al contrario, en la *discontinuidad*. Así, la complejidad de este tipo de fenómenos, se vuelve comprensible. El fenómeno se representa con un formalismo simplificado (la red de neuronas booleanas de McCulloch y Pitts o la *máquina de Turing).* Lo esencial del método de estos desarrollos, consiste en:

> […] suponer no conocido […] algo que se conoce (los datos de la neurofisiología [por ejemplo]) y promover una realidad ficticia (neurona formal), único procedimiento aceptable si se quiere aprehender la función calculadora del cerebro a pesar de su gran complejidad estructural [...], es necesario amputarle a la neurona condiciones […] de su funcionamiento para no quedarse sino con la abstracción de un funcionamiento binario (discontinuo). (Sciences Cognitives: textes fondateurs (1943-1950), 1995 p. 300).

4. Conclusiones

La *representación* como noción de base del desarrollo matemático, ha seguido una evolución epistemológica[6] muy importante desde sus inicios hasta las aplicaciones contemporáneas. Si bien las dos líneas basadas en la existencia del objeto que se representa, se van a conservar dentro de toda la evolución, la línea aristotélica va a ampliarse demostrando que los objetos empíricos o sensibles tienen varias perspectivas para desarrollarse, lo que se ve en la representación de los objetos contemporáneos.

Con respecto a éstos, en la noción de *máquina lógica*, vemos un cambio epistemológico, porque lo que se llamaba *máquina,* era manual, mecánica y en cuanto a las máquinas que hacían cálculos sus dispositivos eran materiales y mecánicos igualmente. La *discontinuidad* en esta tradición reside en el hecho que este desarrollo pierde el carácter pragmático de la resolución de problemas y se vuelve teórico y lógico. De esta manera la *mecanización* abstracta del cálculo, no lo hace más un ingeniero sino los matemáticos y los lógicos que operan sobre símbolos y no sobre las ruedas dentadas o relés de comunicación.

Esto lleva a que, la iniciativa del cálculo se delega a esta máquina, que hasta aquí era relativa al espíritu humano, se abre de esta manera el campo de aplicación, no solo para los números sino para cualquier aplicación simbólica. Es así que, se renueva la manera como se explica el tratamiento del conocimiento y sus contenidos, se transforma igualmente el imaginario científico porque se puede decir que estas máquinas presentan la *encarnación del espíritu* en el mundo, en donde su estructura formal asegura las funciones del conocimiento, de manera que entre el sujeto epistémico, reemplazado por la *maquina lógica* y el mundo que se quiere conocer, la mediación se hace por medio de estructuras lógicas y de cálculos.

Si realizar un cálculo por un hombre que calcula es en principio realizarlo en su cabeza, realizarlo en una *máquina lógica* es objetivarlo o materializarlo y volverlo comprensible de una manera general, confiriéndole un estatuto de autonomía, que es la base de las computadoras modernas.

> Presentar una ecuación […] no significa comunicar entre espíritus sino, es suponer entre los espíritus, un tercero indiferente que decide en su lugar, un interlocutor que no admite falla ni redundancia en lo que se le dirige (Sciences Cognitives: textes fondateurs (1943-1950) 1995 xxiv).

Igualmente, desde entonces, es posible abordar cuestiones centrales de la lógica vía la *calculabilidad mecánica*, en donde problemas planteados desde la lógica, como el problema de la decisión (*Entscheindungsproblem*), con la correspondencia al problema de la parada de la Máquina de Turing, en la realización de un cálculo, marca los límites de la decidibilidad y entonces de una noción muy importante en las matemáticas contemporáneas, la calulabilidad y posteriormente la noción de informática. De manera que, en esta noción, solamente se incluyen funciones calculables, es

[6] *Epistemología*, vista como una evolución en el desarrollo de las Matemáticas, señalando sus puntos de ruptura, que conducen a este desarrollo.

decir aquellas que pueden ser resueltas por un sí o un no (verdadero o falso; 1 o 0) o del genero $x \in A$: x pertenece a A?

Así mismo, se plantean desarrollos tan importantes como la correspondencia entre el cálculo por una máquina lógica y la demostración de una formula en un sistema lógico y la síntesis de elementos numéricos y simbólicos del cálculo, ampliando el campo de las formas de representación del cálculo y por ende el de las matemáticas en general.

Finalmente, todos los desarrollos en las máquinas lógicas y en las matemáticas de la calculabilidad son la base para la creación de las máquinas físicas o *computadores* e igualmente de la Ciencia de la computación y la Informática.

Referencias

Aristóteles (1997). *Organon: I-Catégories, II De l'Interprétation*. Traducción y notas por J. Tricot. Paris, J. Vrin.

— (1991). *La Métaphysique*. Traducción de Jules Barthélemy-Saint-Hilaire revisada y anotada por Paul Mathias. Introducción y dossier de Jean-Louis Poirier. Pocket. Paris, Pocket.

Blanché, R. y Dubucs, J. (1996). *La Logique et son Histoire.* Paris, Armand Colin.

Barbin, E. (2003). *Les deux faces des théorèmes de Kleene et la question des machines*. En: *Calculs et formes*, Paris: Ellipses Editions Marketing, pp. 24-51.

Bergson, H. (1907). *Évolution Créatrice*. Paris: PUF. Bibliothèque de Philosophie Contemporaine.

Boniface, J. (2003). *Calculs et formes*. Obra colectiva coordinada por J. Boniface. Paris: Ellipses Editions Marketing.

— (2004). *Hilbert et la notion d'existence en mathématiques*. Paris:Librairie Philosophique J. Vrin. (Mathesis): Michel Blay- Hourya Sinaceur).

Brunschvicg, L. (1972). *Les Étapes de la Philosophie Mathématique.* Nueva impresión aumentada de un Prefacio de M. Jean-Toussaint Desanti. Paris: Librairie scientifique et technique A. Blanchard.

Caveing, M. (2004). *Le problème des objets dans la pensée mathématique*. Obra publicada con el concurso del Centre National du Livre ». Paris:Lib. Philosophique J. Vrin.

Dahan - Dalmedico, A. y Peifer, J. (1986). *Une histoire des mathématiques: Routes et dédales*. Paris, Seuil.

Desanti, J. T. (1986). *Les idéalités mathématiques: recherches épistémologiques sur le développement de la théorie des fonctions de variables réelles*. Paris: Editions du Seuil.

Dupuy, J. P. (1994). *Aux Origines des Sciences Cognitives*. Paris: Editions La Découverte.

Frege, G. (1971). *Ecrits logiques et philosophiques*. Trad. e intr. de Claude Imbert. Paris: Editions du Seuil.

Gandy, R. O. (1998). *The confluence of ideas in 1936.* En: *The Universal Turing Machine. A half-century survey* (pp. 54-110).

Gardies, J. L. (2004). *Du mode d'existence des Objets de la Mathématique*. Paris, Vrin.

Gödel, K. (1931). *Sur les propositions formellement indécidables des Principia Mathematica et des systèmes apparentés I*. En: Nagel, Ernest ; Newman, James R. ; Gödel, Kurt; Girard, Jean Yves, *Le Théorème de Gödel*. Traducciones del inglés y del alemán por Jean Baptiste Scherrer. Paris, Editions du Seuil, l989, pp.105-143.

Hilbert, D. (1971). *Grundlagen der Geometric*. Traducción francesa : *Les Fondements de Géométrie*, Laugel, éditeur. Crítica de Paul Rossier, Paris, Dunond.

—, y Bernays, P. (2002): *Fondements des Mathématiques 1.* Traducción de la obra: *Grundlagen der Mathematik 1* (Springer) 2ª·ed. (1968) con los pasajes paralelos de la 1ª. edición (1934). Traducción del alemán por F. Gaillard y M. Guillaume. Paris, Ed. L'Harmattan, 2 vols.

Kleene, S. C. (1956). *Representation of events en nerve nets and finitude automata*. En: Shannon, C.E. y McCarthy, (eds.), Princeton University Press, Princeton, 1956. p. 3-41.

Kunzmann, P. –Burkard, F. P. y Wiedmann, F. (1993). *Atlas de la Philosophie.* Torino, G. Canale & C. S. p. A.

Largeult, J. (1992). *L'intuitionisme*. Paris:PUF. *Que sais-je?*

Lassègue, Jean. (1998). *Turing*. Paris, Les Belles Lettres.

McCulloch, Warren S. (1949). The Brain as a Computing Machine. *Electrical Engineering,* June 1949, LXVIII, 492-497. Tradución francesa: "Du cerveau comme calculateur", en «Sciences Cognitives. Textes Fondateurs (1943-1950)»,189-214.

— y Pitts, Walter. (1943). A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity". *Bulletin of mathematical biophysics*, vol. 5, 1943, 115- 133. Traducción francesa: Un Calcul Logique des Idées Immanentes dans l'Activité Nerveuse, en: *Sciences Cognitives. Textes Fondateurs (1943-1950),* pp. 57-91.

Nouveau Petit LAROUSSE. (1969). Paris: Librairie LAROUSSE.

Platón. (1966). *La République.* Introducción y notas por Robert Baccou. Paris, GF-Flammarion.

Post, E. L. (1936). Finite Combinatory Process. Formulation I. *J. Symbolic Logic*, 1, 103- 105; reimpreso en *The Undecidable*, M. Davis ed. , 1965.

Quéau, P. (1986). *Eloge de la simulation*. Paris, Camp Vallon, Collect. *Milieux.*

Sciences Cognitives: textes fondateurs (1943- 1950). (1995). Wiener, Rosenblueth, Bigelow, McCulloch, Pitts, von Neumann, Hebb, Weaver, Shannon, Turing. Compilados y traducidos por Aline Pélissier. Presentados y anotados por Alain Tête. Paris, PUF.

Turing, A. M. (1995). Computing Machinery and Intelligence. En : *Mind*, vol. 59, no. 236, 1950. Traducido del Inglés por Patrice Blanchard : Les Ordinateurs et la Intelligence, en : *La Machine de Turing*. Paris: Editions du Seuil, 1995, 133-175.

— (1995). On Computable Numbers, with Application to the Entscheidungsproblem. En: *Proceedings of the London Mathematical Society*, 1937. Traducción francesa: Théorie des nombres calculables, suivie d'une application au problème de la décision. Traducido del inglés y anotado por Julien Basch. En: *La Machine de Turing*. Paris, Editions du Seuil, 1995, 47-104.

Wagner, P. (1998). *La Machine en Logique*. Paris:PUF. (*Science Histoire et Société)*.

GLOBAL KNOWLEDGE
ACADEMICS